d) Konkav på $\langle -\infty, 5\rangle$, konveks på $\langle 5, \infty\rangle$ $\boxed{3}$ a) 0 b) $x = -7$, $y = 1$ c) Vokser på $\langle -\infty, -7\rangle$ og $\langle -7, \infty\rangle$ d) Konveks på $\langle -\infty, -7\rangle$, konkav på $\langle -7, \infty\rangle$ $\boxed{4}$ a) 0 b) $x = 3$, $y = 1$, $y = -1$ c) Vokser på $\langle -\infty, 0]$, avtar på $[0, 3\rangle$ og $\langle 3, \infty\rangle$. Lokalt maksimumspunkt $x = 0$. Lokal maksimumsverdi $f(0) = 0$ d) Konveks på $\langle -\infty, 0]$ og $\langle 3, \infty\rangle$, konkav på $[0, 3\rangle$. Vendepunkt $x = 0$. $\boxed{5}$ $x = 120$ meter $\boxed{6}$ b) $\theta = 60°$ gir minst total veilengde. Kryssløsningen er best når $b > (a\sqrt{3})/2$ $\boxed{7}$ a) 0 er eneste nullpunkt, $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ b) Vokser på $\langle -\infty, -2\rangle$ og $\langle -2, 0]$, avtar på $[0, 2\rangle$ og $\langle 2, \infty\rangle$. Lokalt maksimum $x = 0$. Lokal maksimumsverdi $f(0) = 0$ c) Konveks på $\langle -\infty, -2\rangle$ og $\langle 2, \infty\rangle$, konkav på $\langle -2, 2\rangle$ $\boxed{8}$ a) 0 er eneste nullpunkt, $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$ b) Vokser på $\langle -\infty, -a\rangle$ og $\langle -a, 0]$, avtar på $[0, a\rangle$ og $\langle a, \infty\rangle$. Lokal maksimumsverdi $f(0) = 0$ c) Konveks på $\langle -\infty, -a\rangle$ og $\langle a, \infty\rangle$, konkav på $\langle -a, a\rangle$ $\boxed{9}$ Den måler hvordan krumningen til grafen endrer seg som funksjon av x $\boxed{10}$ a) Bruk skjæringssetningen b) $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f''(x) = 6x$. Kun ett nullpunkt. $\boxed{11}$ a) Minimum $11/4$, maksimum 15 b) Minimum 5, maksimum 15 c) Minimum $11/4$, ingen maksimumsverdi $\boxed{12}$ Minimum $= 7$ for $x = 1.5$, maksimum $= 9.5$ for $x = 2.5$ $\boxed{13}$ a) Minimum $= 1$, Maksimum $= 3$ b) Minimum $= 1$, Maksimum $= 4$ $\boxed{14}$ a) Voksende på intervallet $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$, avtakende på intervallene $\langle -\infty, -\sqrt{3}]$ og $[\sqrt{3}, \infty\rangle$. Minimum $= -\sqrt{3}/3$ for $x = -\sqrt{3}$, maksimum $= \sqrt{3}/3$ for $x = \sqrt{3}$. b) Konveks på $[3, \infty\rangle$ og for $[-3, 0]$. Konkav på $\langle -\infty, -3]$ og på $[0, 3]$. Vendepunkter for $x = 0$, $x = -3$ og $x = 3$. c) Begge grenseverdier er 0

Seksjon 6.7 $\boxed{1}$ a) $V'(t) = 25$ (liter/time) b) $V(t) = 25t$. Vi har $V(4) = 100$, dvs. svaret på oppgaven er 4 timer. $\boxed{2}$ a) $s(1) = 4.9$, $s(2) = 19.6$ (m/s), dvs. har falt 4.9 m etter 1 sekund, og 19.6 m etter 2 sekunder b) $v(t) = s'(t) = gt$. Farten er 9.8 m/s etter 1 sekund, og 19.6 m/s etter 2 sekunder c) $a(t) = s''(t) = g$ d) Tid: $\approx$ 1 sek. Fart: $\approx$ 10 m/s e) 14 m/s $\boxed{3}$ a) 500 W b) $1.6\cdot 10^{10}$ J c) ≈ 2145.76 kr $\boxed{4}$ a) 38 km/h b) $v(t) = a - 2bt$, $v(2) = 40$ (km/h) c) -80 km/h^2 d) $a(t) = -2b$, $a(2) = -80$ (km/h^2) e) Bilen har aldri positiv akselerasjon. Den står stille ved $t = 2.5$ (h). $\boxed{5}$ $2.3 \cdot 10^3$ per time $\boxed{6}$ a) 0,75 m^3/h i alle tilfeller b) Henholdsvis 0.95, 1.15, 1.35, 1.55 m^3/h $\boxed{7}$ 9,82 t (m/s) $\boxed{8}$ a) Som den gjennomsnittlige økningen i indeksen i løpet av tidsintervallet Δt. b) Sammenhengen med a) er at $K'(t) = \lim_{\Delta t\to 0}[(K(t+\Delta t) - K(t))/\Delta t]$. Vi kan tolke denne som den øyeblikkelige endringsraten for prisindeksen. $\boxed{9}$ ≈ 49.5 meter $\boxed{10}$ 39 km/t $\boxed{11}$ a) V_0 er svulstens volum ved tiden $t = 0$. $\lim\limits_{t\to\infty} V(t) = V_0 \exp(\lambda/\alpha)$ b) λV_0

Seksjon 6.8 $\boxed{1}$ a) 1 b) 3 c) 1 d) 0 e) $1/4$ f) $-1/6$ $\boxed{2}$ a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{6}$ $\boxed{3}$ a) $\ln 2$ b) $\frac{\ln 2 - \ln 3}{\ln 5 - \ln 7}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1 e) π f) 2 g) 1 h) π^2 $\boxed{4}$ a) $+\infty$ b) $+\infty$ c) 0 $\boxed{5}$ a) 0 b) 0

Seksjon 6.9 $\boxed{1}$ a) $2 + 3x$ b) $-5 + 17x$ c) $1 - x$ d) ex e) $1 + 2x$ f) 1 $\boxed{2}$ $I_0 e^{-\mu x_1}(1 - \mu(x - x_1))$ $\boxed{3}$ $T_1(x) = x$, $T_3(x) = x - x^3/6$ $\boxed{4}$ $\sin x = x - (x^3/3!) + (x^5/5!) - (x^7/7!) + \cdots$ og $\cos x = 1 - (x^2/2!) + (x^4/4!) - (x^6/6!) + \cdots$ $\boxed{5}$ $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \cdots$, konvergerer mot $f(x)$ for $|x| < 1$

Blandede oppgaver til kapittel 6 $\boxed{1}$ a) $\cos x - \sin x$ b) $\sin x + x\cos x$ c) $(1-x)\sin x + (1+x)\cos x$ d) $5x^4 + \cos x$ e) $\cos^2 x - \sin^2 x$ f) $2\sin x\cos x$ g) $10\sin x\cos x$ h) $-1 - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ i) $\frac{1}{\cos^2 x}$ j) $2x\cos(x^2)$ k) $(1+2x)\cos(1+x+x^2)$ l) $2x\sin x + x^2\cos x$ m) $(-\cos u + (1-u)\sin u)/\cos^2 u$ n) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ o) $a\omega\cos(\omega(t - t_0))$ p) $-\frac{1}{x^2}\cos\frac{1}{x}$ $\boxed{2}$ a) $4x^3 + a$ b) $\cos x$ c) $-\omega\sin\omega u$ d) $(1-u)/(1-z)^2$ e) $\cos\alpha$ $\boxed{3}$ a) $1 + \ln x$ b) $\frac{\cos x}{\ln x} - \frac{\sin x}{x(\ln x)^2}$ c) $\frac{1}{x}$ d) $-\tan x$ e) $2t/(1+t^2)$ f) $1/(x\ln x)$ $\boxed{4}$ a) e^x b) $5e^{5x}$ c) ke^{kx} d) $2e^{2x+1}$ e) $-3e^{-3x+5}$ f) $(-2x+5)e^{-(x-2)(x-3)}$ g) $(1+x)e^x$ h) $(2x + x^2)e^x$ i) $\frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$ $\boxed{5}$ a) $-x^{-2}$ b) $-2x^{-3}$ c) $-3x^{-4}$ d) $-\frac{1}{2}x^{-3/2}$ e) $\frac{3}{2}x^{1/2}$ f) $(1.05)x^{0.05}$ $\boxed{6}$ a) $\pi x^{\pi-1}$ b) $\pi(\sin x)^{\pi-1}\cos x$ c) $\pi^x\ln\pi$ d) $x^x(1 + \ln x)$ e) $x^x(1 + \ln x)$ $\boxed{7}$ a) $cke^{k(t-t_0)}$ b) $-ax\exp(-x^2/2)$ c) $(\ln 2)2^x$ d) ru^{r-1} e) $1/(2\sqrt{u})$ f) $-ra(at + C)^{-r-1}$ g) $\frac{3}{2}\sqrt{S}$ h) $a(k+1)v^k$ $\boxed{8}$ 1970–75: 2,3 mill. per år, 1975–80: 2,8 mill. per år, 1970–80: 2,6 mill. per år. $\boxed{9}$ a) 0.95 per år b) 0.20=20% c) 20% d) 1.20 $\boxed{10}$ b) 16/3 $\boxed{11}$ 7 i alle punkter $\boxed{12}$ a) $f'(x) = 2x$ b) $f'(x) = 0$ $\boxed{13}$ a) $f'(x) = 4x$ b) 20000 $\boxed{14}$ a) Kontinuerlig for $x \neq 0$ b) Ikke deriverbar i $x = 0$ $\boxed{15}$ a) $2x + 3x^2$ b) $1 + 2x$ c) $1 + 2x + \cdots rx^{r-1}$ d) 5 e) 0 f) $(1-x)^{-2}$ g) $\frac{15x^2 + 70x - 9}{(3x+7)^2}$ h) 0 for $x \neq 0$ $\boxed{16}$ a) $-a/t^2 + b/(1-t)^2$ b) $1 + 2k$ c) $-2/(r-1)^2$ d) $109(1 + x + x^2)^{108}(1 + 2x)$ $\boxed{17}$ Positiv for $x < -4$, for $-2 < x < 1$ og for $x > 3$ $\boxed{18}$ Negativ for $-2 < x < 5$ $\boxed{19}$ a) $f'(x) = 2x - 12$. f er voksende på intervallet $x \geq 6$, og avtakende på intervallet $x \leq 6$. Horisontal tangent i (6,14) b) $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$. f er voksende på intervallet $x \leq 2$, og på intervallet $x \geq 3$. f er avtakende på intervallet $2 \leq x \leq 3$. Horisontal tangent i (2,29) og i (3,28) c) $f'(x) = 3x^2 + 4x + 9$. f er voksende overalt $\boxed{20}$ $a \geq 1$ $\boxed{21}$ a) 0 b) 2 c) $6x$ d) $n(n-1)x^{n-2}$ $\boxed{22}$ a) $f''(x) = 210x^{13}$. Grafen til f krummer oppover for $x > 0$ og nedover for $x < 0$. Vendepunkt i $x = 0$ b) $f''(x) = 240x^{14}$. Grafen til f krummer oppover på begge sider av $x = 0$. Ingen vendepunkter $\boxed{23}$ a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0, 1, 2\}$. b) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$. f er voksende på intervallet $x \leq 1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}$, og på intervallet $x \geq 1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}$.

c) $f''(x) = 6x - 6$, $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$, $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$. Vendepunkt for $x = 1$. d) Ingen asymptoter. $\boxed{24}$ Spesialtilfelle av neste oppgave. $(a = 1)$ $\boxed{25}$ a) Ingen nullpunkter. b) $f'(x) = -2x/(x^2 - a^2)^2$. f er voksende på intervallet $x < -a$, og på intervallet $-a < x \le 0$. f er avtakende på intervallet $0 \le x < a$, og på intervallet $x > a$. c) $f''(x) = \frac{6x^2+2a^2}{(x^2-a^2)^3}$. $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -a$ eller $x > a$. $f''(x) < 0 \Leftrightarrow -a < x < a$. d) Horisontal asymptote $y = 0$. Vertikale asymptoter $x = -a$, og $x = a$. $\boxed{27}$ Finn et punkt x hvor tangenten har stigningstall p_1/p_2. $\boxed{28}$ $a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ $\boxed{29}$ 25 cm $\boxed{30}$ 25 $\boxed{31}$ $k^2/4$ $\boxed{32}$ Høyde 10 cm, lengde og bredde 20 cm $\boxed{33}$ a) 0, $\frac{1}{4}(3+\sqrt{105})$, $\frac{1}{4}(3-\sqrt{105})$ b) Vokser på $\langle -\infty, -1]$ og $[2, \infty\rangle$, avtar på $[-1, 2]$. Lokalt makspunkt $x = -1$, $f(-1) = 7$. Lokalt minpunkt $x = 2$, $f(2) = -20$ c) Konkav på $\langle -\infty, 1/2]$, konveks på $[1/2, \infty\rangle$. Vendepunkt $x = 1/2$. $\boxed{35}$ a) Nullpunktene er $x = 1$ og $x = -11$ b) $\phi'(t) = 3t^2 + 18t - 21$. Vokser på $\langle -\infty, -7]$ og $[1, \infty\rangle$, avtar på $[-7, 1]$. Lokalt maksimumspunkt $x = -7$. Lokal maksimumsverdi $f(-7) = 256$. Lokalt minimumspunkt $x = 1$. Lokal minimumsverdi $f(1) = 0$ c) Konkav på $\langle -\infty, -3]$, konveks på $[-3, \infty\rangle$. Vendepunkt $x = -3$ $\boxed{36}$ a) 0 og -1 b) Vokser på $\langle -\infty, -1]$ og $[-1/2, \infty\rangle$, avtar på $[-1, -1/2]$. Lokalt maksimum $x = -1$, $f(-1) = 0$. Lokalt minimum $x = -1/2$, $f(-1/2) = -1/4$ c) Konkav på $\langle -\infty, -1]$, konveks på $[-1, \infty\rangle$. Vendepunkt $x = -1$. $\boxed{37}$ a) 0 og $-a$ b) Vokser på $\langle -\infty, -a]$ og $[-a/2, \infty\rangle$, avtar på $[-a, -a/2]$. Lokalt maksimum $x = -a$, $f(-a) = 0$. Lokalt minimum $x = -a/2$, $f(-a/2) = -a^2/4$ c) Konkav på $\langle -\infty, -a]$, konveks på $[-a, \infty\rangle$. Vendepunkt $x = -a$. $\boxed{38}$ a) Nullpunkter $x = 0$ og $x = 8$. Vokser på $\langle -\infty, 6]$, avtar på $[6, \infty\rangle$ b) Konkav på $\langle -\infty, 8]$ og $[12, \infty\rangle$, konveks på $[8, 12]$ $\boxed{39}$ a) Nullpunkter $x = 0$, $x = -1$. Vokser på $\langle -\infty, -2/11]$ og $[0, \infty\rangle$. Avtar på $[-2/11, 0]$ b) Konkav på $\langle -\infty, -1]$, $[c_1, 0]$ og $[0, c_2]$, der $c_1 \approx -0.395$ og $c_2 \approx 0.05$. Konveks på $[-1, c_1]$ og $[c_2, \infty\rangle$ $\boxed{40}$ $x = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)$ $\boxed{41}$ $x = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$ $\boxed{46}$ a) $F(x) = 2 - x$ $\boxed{47}$ a) $F(x) = 3x + 2$ b) $F(x) = 1$ c) $F(x) = \sqrt{x_0} + (x - x_0)/(2\sqrt{x_0})$ $\boxed{48}$ a) $x = 1$ b) Avtar på $\langle 1, 4/3]$, vokser på $[4/3, \infty\rangle$. Globalt minimumspunkt $x = 4/3$. Global minimumsverdi $f(4/3) = 1 + (16/9)\sqrt{3} \approx 4.08$ $\boxed{49}$ $1/t$ $\boxed{50}$ $kae^{-at}(1 + ke^{-at})^{-2}$ $\boxed{51}$ a) $f'(x) = e^x - 2e^{2x}$. f er voksende på intervallet $x \le -\ln 2$, og avtakende på intervallet $x \ge -\ln 2$. Horisontal tangent i $(-\ln 2, \frac{1}{4})$ b) $f'(x) = (1 - x)e^{-x}$. f er voksende på intervallet $x \le 1$, og avtakende på intervallet $x \ge 1$. Horisontal tangent i $(1, e^{-1})$ $\boxed{52}$ a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ b) $f'(x) = -2e^{-2x} + 3e^{-3x}$. f er voksende på intervallet $x \le \ln(3/2)$, og avtakende på intervallet $x \ge \ln(3/2)$. c) $f''(x) = 4e^{-2x} - 9e^{-3x}$. $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x > \ln(9/4)$ (grafen krummer oppover). $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x < \ln(9/4)$ (grafen krummer nedover). Vendepunkt for $x = \ln(9/4) = 2\ln(3/2)$. d) Horisontal asymptote $y = 0$. $\boxed{53}$ a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. b) $f'(x) = (1-2x)e^{-2x}$. f er voksende på intervallet $x \le \frac{1}{2}$, og avtakende på intervallet $x \ge \frac{1}{2}$. c) $f''(x) = 4(x-1)e^{-2x}$. $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$ (grafen krummer oppover). $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$ (grafen krummer nedover). Vendepunkt for $x = 1$. d) Horisontal asymptote $y = 0$ $\boxed{54}$ a) Ingen nullpunkter b) $f'(x) = \frac{-e^x}{(1+e^x)^2}$. f er avtakende overalt. c) $f''(x) = \frac{e^x(e^x-1)}{(1+e^x)^3}$. $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (grafen krummer oppover). $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0$ (grafen krummer nedover). Vendepunkt for $x = 0$. d) Horisontale asymptoter $y = 0$ og $y = 1$ $\boxed{55}$ a) Begge 0 b) $f'(x) = (-4x + 4)\exp(-2x^2 + 4x - 2)$, $f''(x) = (16x^2 - 32x + 12)\exp(-2x^2 + 4x - 2)$ c) Vendepunkter i $(\frac{1}{2}, e^{-\frac{1}{2}})$ og $(\frac{3}{2}, e^{-\frac{1}{2}})$ $\boxed{56}$ a) Vendepunkt i $(0, \frac{1}{2})$ b) Parallellforskjøvet, til høyre for $k > 1$ og til venstre for $k < 1$ $\boxed{57}$ b) Parallellforskjøvet, til høyre for $k > 1$ og til venstre for $k < 1$ $\boxed{58}$ a) $-25\cos x$ b) $9e^{3x}$ c) $(2 + x)e^x$ d) $k\lambda^2 e^{\lambda x}$ $\boxed{59}$ Maksimumspunkt $x = \frac{1}{4}\ln 5$. Maksimum $= 5^{-1/4} - 5^{-5/4} = 4 \cdot 5^{-5/4} = \frac{4}{25}5^{3/4}$. $\boxed{60}$ a) $-\cos x$ b) $\frac{2\tan x}{\cos^2 x}$ $\boxed{61}$ ≈ 2.52 meter $\boxed{62}$ $x = \sqrt{2}$. Arealet er 2 $\boxed{63}$ $(3\sqrt{3})/4$ $\boxed{64}$ $\theta = 60°$ $\boxed{65}$ Hvis $c_1 \le c_2$, velg $x = 200$. Ellers, velg x som det minste av tallene 200 og $100c_2(c_1^2 - c_2^2)^{-1/2}$ $\boxed{66}$ b) $v = 37°$ $\boxed{68}$ b) $y = 0$ $\boxed{69}$ a) $2 + 3x$ b) $-5 + 17x$ c) $1 - x$ d) ex e) $1 + 2x$ f) 1 $\boxed{70}$ $I_0 e^{-\mu x_1}(1 - \mu(x - x_1))$ $\boxed{71}$ $T_1(x) = x$, $T_3(x) = x - x^3/6$ $\boxed{72}$ $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n$, konvergerer for $|x| < 1$ $\boxed{73}$ $V = 8\pi/3$ for $x = 2$ $\boxed{74}$ 24 m/s

Seksjon 7.1 $\boxed{1}$ Ja $\boxed{2}$ $2x^5 + C$ $\boxed{3}$ $a = 1/8, b = 8$ $\boxed{5}$ a) $3x^2 + C$ b) $x^2 + 5x + C$ c) $x^5 + C$ d) $\frac{1}{5}x^5 + C$ e) $5\ln|x| + C$ f) $x^2 + 5x + C$ $\boxed{6}$ a) $-(1/x) + C$ b) $-(2/x) + (3/2x^2) + C$ c) $\frac{1}{4}(x+1)^4 + C$ d) $\frac{1}{2}ax^2 + bx + c$ e) $\frac{1}{3}at^3 + \frac{1}{5}t^5 + C$ f) $-(r_0/x) + (kx^2/2) + C$ $\boxed{7}$ a) $s''(t) = -g$, så $s'(t) = -gt + C$. Kravet $s'(0) = v_0$ gir da $s'(t) = v_0 - gt$. Dermed $s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 + C$. Kravet $s(0) = 0$ gir $C = 0$, så svaret er $s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ b) Kulen er høyest ved $t = v_0/g$. Høyde da: $s(v_0/g) = v_0^2/(2g)$. Total tid fra kulen skytes opp til den treffer bakken: $2v_0/g$ c) Høyde ≈ 510 meter, total svevetid ≈ 20.4 sek.

Seksjon 7.2 $\boxed{1}$ $5x^4, 31$ $\boxed{2}$ $\frac{1}{x}, 1$ $\boxed{3}$ a) 9 b) 0 c) $16/3$ $\boxed{4}$ a) 6 b) $(k^5+1)/5$ c) $2b - 3b^2/2$ d) $\sqrt{2}$ $\boxed{5}$ a) $\frac{25}{2}a$ b) $bc - \frac{1}{2}ac^2$ $\boxed{6}$ 24 $\boxed{7}$ $10/3$ $\boxed{8}$ $(3, -5), (-1, 3), 21\frac{1}{3}$ $\boxed{9}$ a) $f'(x) = 1/\sqrt{1 + x^2}$ b) $f'(x) = \sqrt{1 + x^{12}} \cdot 2x$ ved kjerneregelen $\boxed{10}$ 36 $\boxed{11}$ Arealet er $\int_{-2}^{-1}(1/x^2)dx = 1/2$ $\boxed{12}$ Siden $\int_{-1}^{1}(x^4 - 1)dx = -8/5$, er arealet $8/5$ $\boxed{13}$ Arealet er $\int_{-1}^{2}(x + 2)dx - \int_{-1}^{2}x^2 dx = 9/2$