13. oktober 2019

MAT1100 høst 2019

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Muntlig presentasjon (30 minutter) sammen med en medstudent. Dere vil bli bedt om å presentere én av de tre oppgavene, og hvilken oppgave dere skal presentere, bestemmes når dere møter opp. Studenter som tilhører gruppe 1-20 vil få en epost fra sin gruppelærer om mulige presentasjonstidspunkt man har å velge fra, mens studenter som tilhører selvstudiegruppe 99 må selv ta kontakt med gruppelærer som rettet oblig 1 for å avtale tidspunkt innen mandag 21. oktober kl. 12.00. Gruppelærer setter så opp en tidsplan for presentasjonene.

Studenter som ikke får sin presentasjon godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert, skriftlig besvarelse. Manglende oppmøte på presentasjonstidspunktet, uten søknad om utsettelse/skriftlig levering, gir ikke mulighet til å levere skriftlig besvarelse til utsatt frist. Studenter som presenterer sammen, vurderes individuelt. Det er derfor mulig at den ene kan få presentasjonen godkjent og den andre ikke. Hvis du på grunn av akutt sykdom, andre tungtveiende grunner eller på bakgrunn av toppidrett ønsker å søke om skriftlig innlevering, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) innen torsdag 24. oktober kl. 12.00. Alle søknader må ha vedlagt dokumentasjon i form av legeattest eller bekreftelse på lengde på idrettsarrangement. Studenter som får innvilget skriftlig innlevering, har bare ett forsøk og må overholde innleveringsfristen i neste avsnitt. Foreleser, plenumsregner og gruppelærere har ikke anledning til å gi utsettelse på innlevering eller fritak fra muntlig presentasjon.

Annen gangs innleveringsfrist (skriftlig) for dem som ikke får første forsøk godkjent: Mandag 11. november kl. 14.30 i CANVAS (canvas.uio.no). Denne fristen gjelder også for dem som har fått innvilget skriftlig innlevering. For skriftlig innlevering gjelder ellers de samme reglene som for Oblig 1.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

Oppgave 1. La

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + 2 & \text{hvis } 0 \leq x \leq 3\pi \\ a(x - 3\pi - 2) & \text{hvis } 3\pi < x \leq 3\pi + 2 \end{cases}$$

(a er en konstant). Finn a slik at f er kontinuerlig.

For denne verdien av a, finn volumet av legemet en får ved å dreie området under grafen til funksjonen

$$f(x), \quad 0 \leq x \leq 3\pi + 2$$

om x-aksen.

Oppgave 2. Finn grensen

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^4 - n^3}{e^n}.$$

La følgen $\{a_n\}$ være gitt ved

$$a_n = \int_1^n e^{-nx} x^3 dx, \quad n = 1, 2, ..$$

Da er a_n funksjonsverdien $F(n)$ til funksjonen

$$F(t) = \int_1^t e^{-nx} x^3 dx.$$

Bruk middelverdisetningen på funksjonen $F(t)$ i intervallet $[1, n]$ til å vise at

$$\frac{a_n}{n-1} = e^{-nc} c^3$$

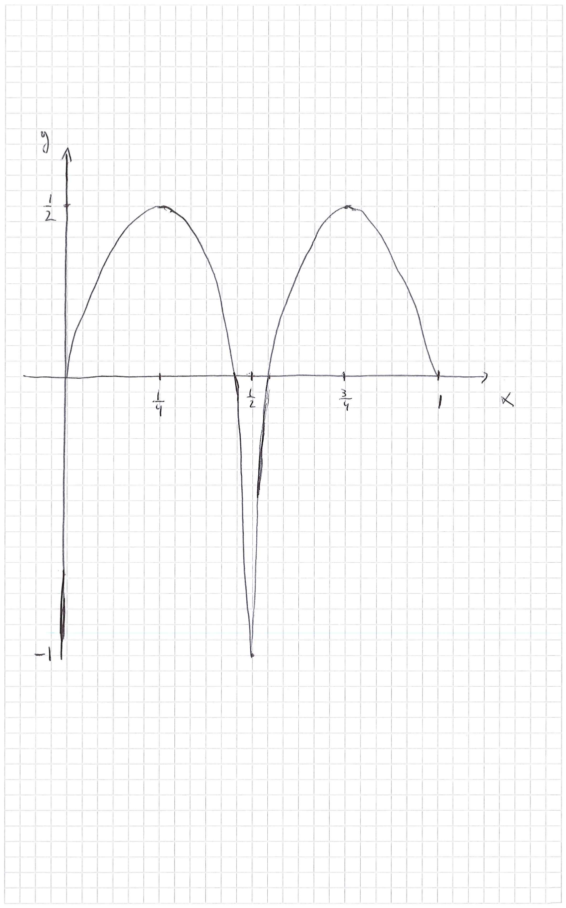
for en $c \in (1, n)$.

Hvorfor er

$$e^{-nc} c^3 (n-1) \leq e^{-n} n^3 (n-1) \quad \text{når } c \in (1, n) \text{ ?}$$

Bruk denne ulikheten til å vise at følgen $\{a_n\}$ konvergerer og til å finne grensen

$$\lim_{n \to \infty} a_n.$$



Figur 1: Grafen til f'

Oppgave 3. La $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ være en kontinuerlig funksjon, med $f(0) = 0$, som er deriverbar i $(0,1)$. Grafen til den deriverte til funksjonen er skissert i figur 1.

Grafen er symmetrisk om $x = \frac{1}{2}$ og arealet som er avgrenset av x-aksen og den delen av grafen til f' som ligger over x-aksen er $\frac{1}{3}$, mens arealet som er avgrenset av x-aksen og den delen av grafen til f' som ligger under x-aksen er $\frac{1}{12}$.

Hva er $f(1)$ og $f(\frac{1}{2})$? For hvilke x er f konveks og for hvilke x er f konkav? Skisser grafen til f.

LYKKE TIL!