MAT 1100
Obligatorisk oppgave 2 av 2, høsten 2022

Innlevering

Muntlig presentasjon (30 minutter) sammen med en medstudent. Dere vil bli bedt om å presentere én av de to oppgavene. Hvilken oppgave dere skal presentere bestemmes når dere møter opp.

Studenter som ikke får sin presentasjon godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert, skriftlig besvarelse. Manglende oppmøte på presentasjonstidspunktet, uten søknad om utsettelse/skriftlig levering, gir ikke mulighet til å levere skriftlig besvarelse. Studenter som presenterer sammen vurderes individuelt. Det er derfor mulig at den ene kan få presentasjonen godkjent og den andre ikke. Hvis du på grunn av akutt sykdom, andre tungtveiende grunner eller på bakgrunn av toppidrett ønsker å søke om skriftlig innlevering, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) før presentasjonstidspunktet. Alle søknader må ha vedlagt dokumentasjon i form av legeattest eller bekreftelse på lengde på idrettsarrangement. Studenter som får innvilget skriftlig innlevering har bare ett forsøk og må overholde innleveringsfristen. Foreleser og gruppelærere har ikke anledning til å gi utsettelse på innlevering eller fritak fra muntlig presentasjon.

Innleveringsfrist (skriftlig) for de som ikke får muntlig presentasjon godkjent:

Torsdag 3. november kl. 14.30.

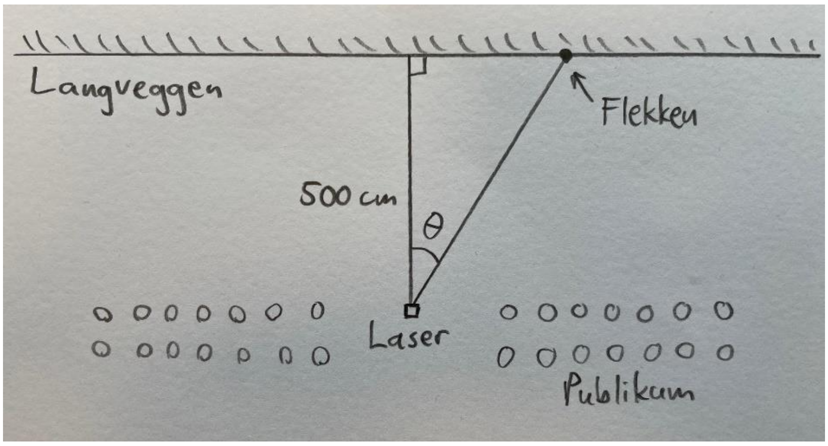
Denne fristen gjelder også for dem som har fått innvilget direkte skriftlig innlevering.

For fullstendige retningslinjene for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:
www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

Oppgave 1

I installasjonen *Le imparable* ("Den ustoppelige") av kunstneren Finn E. Sikke skal publikum sitte i et mørklagt rom og se en liten lysflekk bevege seg med konstant hastighet 1 cm per sekund horisontalt bortover den ene langveggen. Flekken lages av en dreibar laser plassert 5 meter fra veggen, i samme høyde som flekken.

La θ være vinkelen mellom laserstrålen og den horisontale linjen som står normalt på langveggen og går gjennom laseren, målt i grader. Når $\theta = 0$ er lyspunktet er rett foran laseren, midt på langveggen. Vi regner θ med fortegn, slik at θ er positiv når lysflekken er til høyre for midten og negativ når den er til venstre.



a) Finn et funksjonsutrykk $\theta(t)$ for hvordan vinkelen θ målt i grader må variere med tiden t (sekunder) hvis flekken skal bevege seg korrekt og passere midten av veggen ved $t = 0$.

b) Ved starten av fremvisningen er $\theta = -45°$, og ved slutten er $\theta = 45°$. Hvor lang tid tar det for publikum å se fremvisningen?

c) Motoren som skal dreie laseren, kan kontrollere vinkelhastigheten $\theta'(t)$ målt i grader per sekund. Finn vinkelhastigheten

$$\theta'(t)$$

d) Hvor stor skal vinkelhastigheten til laseren være når lysflekken passerer midten av veggen?

e) Finn

$$\lim_{t \to \pm\infty} \theta'(t)$$

og tolk svaret.

Oppgave 2

I det gigantiske hundehuset som kunstneren Rumah Anjing planlegger i Malaysia, skal taket være formet som en plate bøyd opp med profilen til parabelen

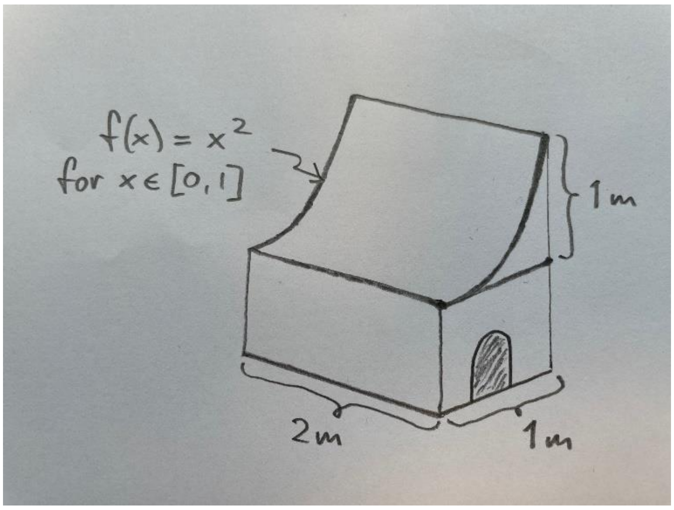
$$y = x^2$$

mellom $x = 0$ og $x = 1$, sett fra siden. Fordi taket skal bygges av meget dyre materialer, er det interessant å beregne arealet av det.

a) La L være lengden av grafen til funksjonen $f(x) = x^2$ over intervallet $x \in [0,1]$. Begrunn at

$$L = \frac{1}{2} \cdot \int_0^2 \sqrt{1+t^2}\, dt$$

b) Kunstneren har laget en modell av hundehuset der bredden er 1 meter og lengden 2 meter, se figur under. Takets profil følger funksjonen $f(x) = x^2$ for $x \in [0,1]$. Hva er arealet av taket i modellen, uttrykt ved L?



c) I virkeligheten er hundehusets bredde 10 meter, og lengden er 20 meter. Finn arealet av det ekte taket målt i kvadratmeter, uttrykt ved L.

d) Bruk substitusjonen $t = \frac{1}{2}(e^u - e^{-u})$ til å vise at

$$L = \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\ln(2+\sqrt{5}) \ ,$$

og finn arealet av taket til hundehuset målt i kvadratmeter.

Lykke til!