UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1100 — Kalkulus.
Eksamensdag:	Mandag, 8. desember 2003.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av to deler. Den ene delen inneholder 10 flervalgsoppgaver som teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å svare feil. Den andre delen av oppgavesettet består av 7 delspørsmål som teller 10 poeng hver. I denne delen må du grunngi svarene dine; ubegrunnede svar vil få 0 poeng selv om de er riktige. Maksimalt oppnåelig poengsum på hele settet er 100 poeng.

Del 2

Oppgave 1.

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x, y) = 3x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 6y$$

a) Finn det stasjonære punktet til f.

b) Avgjør om det stasjonære punktet til f er et lokalt maksimum, et lokalt minimum eller et sadelpunkt.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

a) Vis at $z = 1 + i$ er en rot i polynomet $P(z) = z^3 - z^2 + 2$. Finn den komplekse og reelle faktoriseringen til $P(z)$.

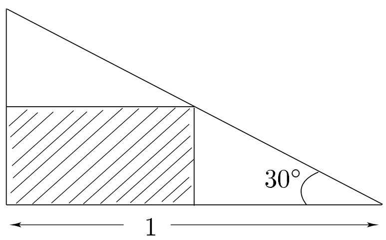
b) Finn tall A, B, C slik at

$$\frac{4x^2 - x + 5}{(x+1)(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2}$$

c) Regn ut integralet $\int \frac{2x+1}{x^2-2x+2} dx$.

Oppgave 3.

Figuren viser et rektangel innskrevet i en rettvinklet trekant. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?



Oppgave 4.

Alt vi vet om funksjonen $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ er

(*) $f(xy) = f(x) + f(y)$ for alle $x, y \in (0, \infty)$

(**) f er deriverbar i $x = 1$ og $f'(1) = k$.

Vår oppgave er å finne ut mer om f.

Vis først at $f(1) = 0$. (Hint: Bruk (*) med $y = 1$). Vis deretter at $f(x + h) = f(x) + f(1 + \frac{h}{x})$ og bruk dette til å vise at $f'(x) = \frac{k}{x}$. Forklar til slutt hvorfor f må være funksjonen $f(x) = k \ln x$.

SLUTT