UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1100 — Kalkulus.
Eksamensdag:	Fredag, 9. desember 2005.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

KANDIDATNR. ________

Del 1

Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil, lar være å svare på et spørsmål, eller krysser av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1. Integralet $\int \frac{dx}{x^2-9}$ er lik:

☐ $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right| + c$ ☐ $\frac{1}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$ ☐ $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$

☐ $\frac{1}{3}\arctan x + c$ ☐ $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$

2. Hvis $f(x,y) = x\ln y$, $\mathfrak{a} = (1,e)$ og $\mathfrak{r} = (1,1)$ så er den retningsderiverte $f'(\mathfrak{a};\mathfrak{r})$ lik:

☐ 0 ☐ $\frac{1}{2} + \frac{e^2}{2}$ ☐ $\frac{1}{2} + \frac{e}{2}$ ☐ $1 + e^{-1}$ ☐ $1 - e$

3. Mengden $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ er

☐ Lukket ☐ Åpen ☐ Hverken lukket eller åpen

4. Når $f(x,y) = \int_x^y e^{\sin t}dt$ er $\frac{\partial f}{\partial x}$ lik:

☐ $\sin t$ ☐ $-e^{\sin x}$ ☐ $e^{-\sin t}$ ☐ $e^{\sin x}$ ☐ $\cos y\, e^{\sin x}$

5. I kulekoordinater (ρ,θ,ϕ) kan likningen $x^2 + y^2 = z^2$ skrives som:

☐ $\rho = 1$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = \pi$ ☐ $\theta = \frac{\pi}{2}$ og $\theta = 0$ ☐ $\rho = \theta = \phi$

☐ $\phi = \frac{\pi}{4}$ eller $\phi = \frac{3\pi}{4}$ ☐ $\rho = 1$

SLUTT PÅ DEL 1

(Fortsettes side 2.)

Del 2

I DENNE DELEN MÅ DU BEGRUNNE ALLE SVARENE DINE

Oppgave I

Finn integralene

a) $\int \frac{dx}{(2005x-1)^2}$ b) $\int x^{3/2}\sin(x^{5/2}+1)dx$ c) $\int e^{\sqrt{x}}dx$

Oppgave II

a) Regn ut grenseverdien

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$$

b) Finn $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$ for $f(x,y,z) = \cos xy + ye^z + \sqrt{x+y+z}$.

Oppgave III

Definer $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ ved $f(x,y) = \ln(x^2+y^2)$.

a) Regn ut $f(1,1)$ og $f(e,0)$. Er f en kontinuerlig funksjon? Forklar svaret ditt.

b) Tegn tre nivåkurver til f. Skisser grafen til f.

c) Regn ut gradienten til f. I hvilken retning vokser f hurtigst i punktet (1,1)?

Oppgave IV

Oslo kommune planlegger å bygge et akvarium med volum 5000 m^3. Kostnadene er gitt ved:

Fronten – ei glassplate:	1000 nkr. per m^2.
Sidekantene – 3 stk. i stål:	300 nkr. per m^2.
Bunnen – i sement:	500 nkr. per m^2.

a) Anta glassplata har lengde ℓ og høyde h. Forklar hvorfor det koster

$$f(\ell,h) = 100\Big(13\ell h + \frac{30000}{\ell} + \frac{25000}{h}\Big)$$

nkr. å bygge akvariet.

b) Finn de ℓ og h som minimaliserer byggekostnadene. Ikke alle av medlemmene i bystyret har bestått eksamen i MAT1100, så du må huske på å begrunne svaret ditt.

SLUTT