UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1100 — Kalkulus.
Eksamensdag:	Onsdag, 10. desember 2008.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

KANDIDATNR. ___________

Første del av eksamen inneholder 10 flervalgsoppgaver som teller 3 poeng hver. Det er kun ett riktig svaralternativ på hver av disse oppgavene. Hvis du svarer galt eller lar være å svare, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Andre del av eksamen inneholder tradisjonelle oppgaver. I denne delen teller hvert av de 7 delspørsmålene 10 poeng. I andre del av eksamen må du begrunne hvordan du har kommet frem til resultatene dine. Svar som ikke er begrunnet, får 0 poeng selv om de er riktige!

DEL 1

1. (3 poeng) Hva er den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial y}$ til $f(x, y) = \arcsin(xy)$?

☐ $\frac{1}{\sqrt{1-x^2y^2}}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{1-xy^2}}$

☐ $\frac{x}{\sqrt{1-x^2y^2}}$

☐ $\frac{x}{\sqrt{1-xy^2}}$

☐ $\frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}$

(Fortsettes side 2.)

2. (3 poeng) I hvilken retning vokser funksjonen $f(x,y,z) = \frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{2}yz^2$ raskest i punktet $(1,2,1)$?

☐ $(1,2,1)$
☐ $(2,1,2)$
☐ $(1,1,1)$
☐ $(2,-1,2)$
☐ $(1,-2,1)$

3. (3 poeng) Hvis $\boldsymbol{a} = (2,-1,1)$ og $\boldsymbol{b} = (-1,1,1)$ så er $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ lik:

☐ $(2,3,-3)$
☐ $(2,3,-1)$
☐ $(-2,-3,1)$
☐ $\frac{1}{\sqrt{14}}(-2,-3,1)$
☐ $\frac{1}{\sqrt{14}}(2,3,-1)$

4. (3 poeng) Hva er den dobbelt deriverte $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ til $f(x,y) = \ln(1 + x^2y^2)$?

☐ $\frac{4xy}{(1+x^2y^2)^2}$
☐ $\frac{4x^2y}{(1+x^2y^2)^2}$
☐ $\frac{4xy^2}{(1+x^2y^2)^2}$
☐ $\frac{4xy}{1+x^2y^2}$
☐ $\frac{4xy+4x^3y^3}{(1+x^2y^2)^2}$

5. (3 poeng) Arealet til parallellogrammet utspent av vektorene $(2,1)$ og $(1,-4)$ er:

☐ $\frac{9}{2}$
☐ -9
☐ 11
☐ 9
☐ 0

6. (3 poeng) Når vi substituerer $u = \arcsin x$ i integralet $\int \sqrt{1-x^2} \arcsin x \, dx$ får vi:

☐ $\int u \, du$
☐ $\int \cos^2 u \, du$
☐ $\int u \cos^2 u \, du$
☐ $\int \sin^2 u \, du$
☐ $\int u \sin^2 u \, du$

7. (3 poeng) Bruker vi delvis integrasjon på integralet $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ får vi:

☐ $-x\sqrt{1-x^2} + \int \sqrt{1-x^2} dx$
☐ $\frac{x^3}{3\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{3} \int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$
☐ $\frac{x^2}{2\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{2} \int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$
☐ $x^2 \arctan x - 2 \int x \arctan x \, dx$
☐ $x^2 \ln(\sqrt{1-x^2}) - 2 \int x \ln(\sqrt{1-x^2}) dx$

(Fortsettes side 3.)

8. (3 poeng) Volumet til parallellepipedet utspent av vektorene $(1,1,2)$, $(1,-1,0)$, $(2,0,1)$ er:

☐ 4
☐ 8
☐ 2
☐ -4
☐ 0

9 (3 poeng) Det uegentlige integralet $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ har verdi:

☐ 0
☐ 2
☐ $\frac{\pi}{2}$
☐ π
☐ 2π

10. (3 poeng) Den inverse matrisen til $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ er:

☐ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
☐ $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
☐ $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -1 \\ \frac{1}{5} & 2 \end{pmatrix}$
☐ $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

(Fortsettes side 4.)

DEL 2

HUSK AT I DENNE DELEN MÅ DU BEGRUNNE ALLE SVARENE DINE!

Oppgave 1

a) (10 poeng) Finn konstanter A, B og C slik at

$$\frac{2x^2+10x+13}{(x+1)(x^2+6x+10)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+10}.$$

b) (10 poeng) Finn arealet under kurven $y = \frac{2x^2+10x+13}{(x+1)(x^2+6x+10)}$, over x-aksen og begrenset av linjene $x = 0$ og $x = 1$.

c) (10 poeng) La $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(1+x^2)^{\frac{1}{4}}}$. Finn volumet av det omdreiningslegemet vi får når grafen $y = f(x)$, $x \in [0, 1]$ dreies om x-aksen.

Oppgave 2 (10 poeng) La $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Vis at $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

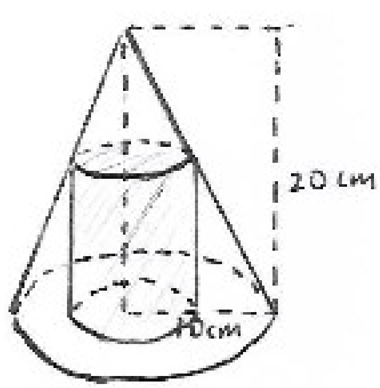
Finn en 3×3 matrise B slik at $AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 3 La $f(x) = \arctan x + \ln(1 + x^2)$.

a) (10 poeng) Regn ut $f'(x)$ og $f''(x)$. Finn hvor $f(x)$ er konveks og hvor $f(x)$ er konkav.

b) (10 poeng) Vis at $f(x)$ har nøyaktig 2 nullpunkter.

Oppgave 4 (10 poeng) Hva er det største volumet en sylinder kan ha om den er innskrevet (som på tegningen under) i en regulær, sirkulær kjegle med radius 10 cm og høyde 20 cm.



SLUTT