UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT 1100 — Kalkulus.
Eksamensdag:	Onsdag, 9. desember 2009.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

KANDIDATNR. ___________

Første del av eksamen inneholder 10 flervalgsoppgaver som teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig svaralternativ på hver av disse oppgavene, Hvis du svarer galt eller feil eller du lar være å svare, får du null poeng. Du blir altså ikke straffet for å gjette. Andre del av eksamen inneholder tradisjonelle oppgaver. I denne delen teller hver av de 7 delspørsmålene 10 poeng. I andre del av eksamen må du begrunne hvordan du har kommet fram til resultatene dine. Svar som ikke er begrunnet, får 0 poeng selv om de er riktige!

DEL 1

Oppgave 1 (3 poeng)

Den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial y}$ til $f(x, y, z) = x^2 \cos(yz)$ er

☐ $xy \cos z$
☐ $x^2 \cos z$
☐ $-x^2 \sin z$
☐ $-x^2 z \sin(yz)$
☐ $x^2 x \cos z$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen $f(x, y) = 4x^2y - x^3$ vokser i punktet $(1, 2)$ raskest i retningen

- ☐ $(1, 2)$
- ☐ $(12, 5)$
- ☐ $(13, 4)$
- ☐ $(10, 3)$
- ☐ $(8, 4)$

Oppgave 3 (3 poeng)

Den retningsderiverte $f'(\mathbf{a}; \mathbf{r})$ til funksjonen $f(x, y) = x^2 e^{y^2 - x^2}$ når $\mathbf{a} = (1, 1)$ og $\mathbf{r} = (-1, 1)$ er

- ☐ $-4e$
- ☐ -2
- ☐ $-e$
- ☐ 2
- ☐ $4e$

Oppgave 4 (3 poeng)

Volumet til parallellepipedet utspent av vektorene $(1, 1, 0), (0, 1, -2), (-1, 0, 1)$ er

- ☐ 4
- ☐ 3
- ☐ 2
- ☐ 1
- ☐ 0

Oppgave 5 (3 poeng)

Den inverse matrisen til $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ er

- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ matrisen er ikke invertibel
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 6 (3 poeng)

Integralet $\int_0^1 \frac{4}{4-x^2} dx$ er

- ☐ 1
- ☐ $2 - \ln 2$
- ☐ $\ln 2$
- ☐ $\ln 3$
- ☐ $\ln 3 - \ln 2$

Oppgave 7 (3 poeng)

Den andrederiverte f'' til funksjonen $f(x) = \int_{-2}^{2x} (1 - \sin t) dt$ er

- ☐ $2 - 2\cos 2x$
- ☐ $-4\cos 2x$
- ☐ $-4\sin 2x$
- ☐ $2\sin x$
- ☐ $1 - 2\sin x$

Oppgave 8 (3 poeng)

Arealet til trekanten med hjørner i $(1, 0, -2), (0, 2, -4), (1, -1, 0)$ er

- ☐ 3
- ☐ 2
- ☐ $\frac{3}{2}$
- ☐ 1
- ☐ $\frac{1}{2}$

Oppgave 9 (3 poeng)

Funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}\sqrt{x^2+1} \quad x > 0; f(0) = 0$ er definert på de ikkenegative reelle tallene og har

- ☐ en asymptote og er kontinuerlig
- ☐ to asymptoter og en diskontinuitet
- ☐ to asymptoter og er kontinuerlig
- ☐ ingen asymptoter og en diskontinuitet
- ☐ en asymptote og en diskontinuitet

Oppgave 10 (3 poeng)

Følgen $a_1 = 3, a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + 1), \quad n > 1$ konvergerer

- ☐ ikke
- ☐ mot 0
- ☐ mot $\frac{1}{2}$
- ☐ mot $\frac{3}{2}$
- ☐ mot 1

(Fortsettes på side 4.)

DEL 2

Oppgave 11

a) (10 poeng) Regn ut integralet
$$\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})dx$$

b) (10 poeng) Regn ut det uegentlige integralet
$$\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$

Oppgave 12

a) (10 poeng) La
$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ b & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Finn a, b slik at produktmatrisen $AB = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

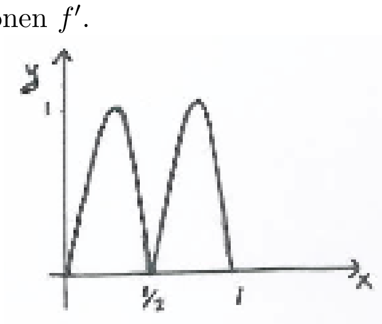
b) (10 poeng) Fins det a, b slik at produktmatrisen
$BA = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? Regn ut determinanten til BA?

Oppgave 13 (10 poeng)

Hvilken kurve i det komplekse planet danner de komplekse tallene z som har $Im(z) = Re(iz)$?

Oppgave 14

a) (10 poeng) Den kontinuerlige funksjonen $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ har verdien $f(0) = -1$ og er deriverbar på $(0,1)$. Figuren viser grafen til den deriverte funksjonen f'.



Skisser grafen til f og til f''.

b) (10 poeng) Den andrederiverte f'' er definert i hele $(0,1)$ unntatt i ett punkt. Hvilke monotoniegenskaper har f? Hvor er f konkav, og konveks?

SLUTT