UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	2. desember 2019
Tid for eksamen:	9.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg:	Formelark
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen inneholder 12 deloppgaver som teller 6 poeng hver. Du skal begrunne alle svar og vise nok mellomregninger til at man lett kan følge argumentene dine.

Oppgave 1

Finn de partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ til

$$f(x, y, z) = y^2 \tan(xz^3).$$

Oppgave 2

Finn stigningstallet til funksjonen $f(x, y) = x^3y + x^2$ i punktet $(1, -1)$ i den retningen der funksjonen vokser raskest.

Oppgave 3

Finn volumet til pyramiden med hjørner i $(1, 2, 3), (2, 3, -4), (3, -4, 5), (-4, 5, 6)$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4

La

$$M(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{der } a \text{ er et reelt tall.}$$

4a

Regn ut matriseproduktene $M(2)M(3)$ og $M(1)M(2)$ og matrisepotensen $(M(a))^3$.

4b

Regn ut $M(a)M(b)$ og finn den inverse matrisen til $M(a)$.

Oppgave 5

Avgjør om det uegentlige integralet

$$\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2} dx$$

konvergerer eller divergerer.

Oppgave 6

Finn den andrederiverte $f''(x)$ til funksjonen

$$f(x) = \int_1^{2x^2} e^{3t} dt, \quad x \in [1, \infty).$$

Oppgave 7

7a

Skriv de komplekse røttene til polynomet

$$x^2 + x + 1$$

både på $a + ib$ form og på polarform.

(Fortsettes på side 3.)

7b

Faktoriser

$$x^4 + x^2 + 1$$

i reelle andregradspolynomer.

Oppgave 8

La a, b og c være reelle tall. La

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{hvis } x = 0 \\ \frac{ax\cos x}{\sin x} + 2 & \text{hvis } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ bx + 1 & \text{hvis } \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

8a

For hvilke reelle tall a og c er f kontinuerlig i $x = 0$.

8b

Finn a, b og c slik at f er kontinuerlig på $[0, 2]$ og deriverbar på $(0, 2)$.

8c

Forklar hvorfor f er integrerbar på intervallet $[0, 2]$ for alle reelle tall a, b, c. (Du skal ikke finne integralet.)