UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	Fredag 10. oktober 2014.
Tid for eksamen:	15.00 – 17.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen inneholder 20 spørsmål. De første 10 teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Om du svarer galt eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Før svarene dine inn på svararket. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Oppgave 1. (2 poeng) Polarkoordinatene til det komplekse tallet $z = -2\sqrt{3} - 2i$ er:

A) $r = 4,\ \theta = \frac{5\pi}{4}$
B) $r = 4,\ \theta = \frac{5\pi}{3}$
C) $r = 4,\ \theta = \frac{7\pi}{6}$
D) $r = 4,\ \theta = \frac{4\pi}{3}$
E) $r = 4,\ \theta = \frac{5\pi}{6}$

Oppgave 2. (2 poeng) Det komplekse tallet $z = 3e^{-i\frac{\pi}{4}}$ er lik:

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
B) $-6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
C) $-\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
D) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$
E) $1 - i$

Oppgave 3. (2 poeng) Ligningen $2z - i = 4 - iz$ har løsningen:

A) $z = \frac{9}{5} - 2i$
B) $z = -3 - \frac{2}{5}i$
C) $z = \frac{3}{2} - \frac{4}{5}i$
D) $z = \frac{9}{5} - \frac{2}{5}i$
E) $z = -3 - 2i$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. (2 poeng) Mengden $A = \{z \in \mathbb{C} \ : \ 4 < |z+2| < 9\}$ består av disse punktene i det komplekse planet:

A) Punktene som ligger over linjen $y = 2x + 4$ og under linjen $y = 2x + 9$
B) Punktene som ligger mellom sirklene om -2 med radius 4 og 9
C) Punktene som ligger mellom linjene $y = 4x + 2$ og $y = 9x + 2$
D) Punktene inni trekanten med hjørner $2 + 4i$, $4 + 9i$ og $9 + 2i$
E) Punktene på sirkelen om punktet 2 med radius $\frac{9}{4}$

Oppgave 5. (2 poeng) $\lim_{n\to\infty} \frac{n+3n^3-5n^4}{3+2n+n^3+2n^4}$ er lik:

A) $\frac{1}{3}$
B) ∞
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{2}$
E) $-\frac{5}{2}$

Oppgave 6. (2 poeng) $\lim_{x\to 0} \frac{1+3x-e^{3x}}{x^2}$ er lik:

A) $-\frac{9}{2}$
B) 0
C) $-e$
D) $\frac{3}{2}$
E) $-\frac{1}{2}$

Oppgave 7. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = \cot(\ln x)$ er:

A) $\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$
B) $-\frac{1}{\sin^2(\ln x)}$
C) $\frac{\tan(\ln x)}{x}$
D) $-\frac{1}{x\sin^2(\ln x)}$
E) $\frac{1}{x(1+x^2)}$

Oppgave 8. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = \arctan e^x$ er:

A) $-\frac{e^x}{\sin^2(e^x)}$
B) $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$
C) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$
D) $\frac{1}{1+e^{2x}}$
E) $-\frac{1}{\sin^2(e^x)}$

Oppgave 9. (2 poeng) $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{\sin 2x}$ er lik:

A) 1
B) 2
C) $\frac{1}{2}$
D) ∞

(Fortsettes på side 3.)

E) 0

Oppgave 10. (2 poeng) Den omvendte funksjonen til $f(x) = e^{\sqrt{x}-3}$ er:

A) $\ln(x) + \sqrt{3}$
B) $\ln(x)^2 + 3$
C) $\frac{1}{e^{\sqrt{x}-3}}$
D) e^{x^2+3}
E) $(\ln(x) + 3)^2$

Oppgave 11. (3 poeng) Den deriverte til $f(x) = (x^2 + 1)^x$ er:

A) $x(x^2 + 1)^{x-1}$
B) $2x(x^2 + 1)^x$
C) $(x^2 + 1)^x \ln(x^2 + 1)$
D) $2x^2(x^2 + 1)^{x-1}$
E) $(x^2 + 1)^x \left(\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2+1}\right)$

Oppgave 12. (3 poeng) $1+i$ er en rot i polynomet $P(z) = z^4 - 2z^3 + 4z - 4$. De andre røttene er:

A) $1 - i$, 1 og -2
B) $-1 + i$, -1 og 2
C) $1 - i$, -1 og 2
D) $1 - i$, $-\frac{1}{2}$ og 4
E) $1 - i$, $\sqrt{2}$ og $-\sqrt{2}$

Oppgave 13. (3 poeng) $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 - n^2} - n^2\right)$ er lik:

A) -2
B) $-\frac{1}{2}$
C) 0
D) $-\infty$
E) $-\sqrt{2}$

Oppgave 14. (3 poeng) Funksjonen $f(x) = x \ln x - x^2$ er:

A) Konveks på intervallet $(0, \frac{1}{2}]$, konkav på intervallet $[\frac{1}{2}, \infty)$
B) Konveks på intervallet $(0, \infty)$
C) Konkav på intervallet $(0, \infty)$
D) Konkav på intervallet $(0, \frac{1}{2}]$, konveks på intervallet $[\frac{1}{2}, \infty)$
E) Konveks på intervallet $(0, 2]$, konkav på intervallet $[2, \infty)$

Oppgave 15. (3 poeng) $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\frac{1}{x-\frac{\pi}{4}}}$ er lik:

A) 1
B) $e^{\frac{16}{16+\pi^2}}$
C) $e^{\frac{\pi}{4}}$
D) ∞

(Fortsettes på side 4.)

E) e^2

Oppgave 16. (3 poeng) Dersom g er den omvendte funksjonen til $f(x) = x \arctan x$, så er

A) $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{4}{\pi}$
B) $g'(\frac{\pi}{4}) = 1 - \frac{4}{\pi}$
C) $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{4}{\pi+2}$
D) $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$
E) $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi+2}{4}$

Oppgave 17. (3 poeng) Dersom en følge $\{x_n\}$ er definert ved $x_1 = 4$ og $x_{n+1} = \frac{x_n^2+5}{6}$ for $n \geq 1$, så er

A) $\lim_{n\to\infty} x_n = 1$
B) $\lim_{n\to\infty} x_n = -\infty$
C) $\lim_{n\to\infty} x_n = \infty$
D) $\lim_{n\to\infty} x_n = 5$
E) $\lim_{n\to\infty} x_n = 4$

Oppgave 18. (3 poeng) Ett av utsagnene nedenfor kan brukes som definisjon av den ensidige grenseverdien $\lim_{x\to a^+} f(x) = L$. Hvilket?

A) For hver $\epsilon > 0$ finnes det en $\delta > 0$ slik at når $a - \delta < x < a + \delta$, så er $|f(x) - L| < \epsilon$.

B) Det finnes en $\delta > 0$ slik at for alle $\epsilon > 0$, så er $|f(x) - L| < \epsilon$ når $a < x < a + \delta$.

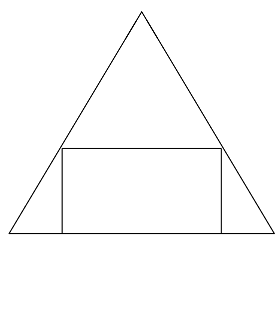
C) For hver $\delta > 0$ finnes det en $\epsilon > 0$ slik at når $a - \delta < x < a + \delta$, så er $|f(x) - L| < \epsilon$.

D) For hver $\epsilon > 0$ finnes det en $\delta > 0$ slik at når $a < x < a + \delta$, så er $|f(x) - L| < \epsilon$.

E) Det finnes en $\epsilon > 0$ slik at for alle $\delta > 0$, så er $|f(x) - L| < \epsilon$ når $a < x < a + \delta$.

Oppgave 19. (3 poeng) Figuren nedenfor viser et rektangel innskrevet i en likesidet trekant med sidekant 1. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?

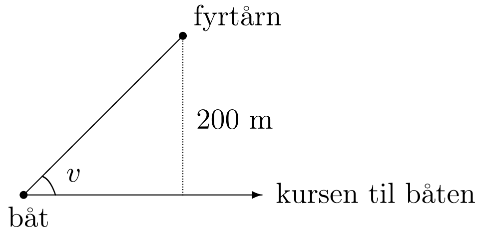
A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
C) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
E) $2 - \sqrt{3}$



(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 20. (3 poeng) En båt seiler på en rettlinjet kurs som passerer 200 meter fra et fyrtårn (se figur). Når vinkelen v mellom båtens kurs og siktelinjen mot fyret er $\frac{\pi}{4}$, øker den med 0.02 radianer per sekund. Hvor fort seiler båten?

A) 6 meter per sekund
B) $5\sqrt{3}$ meter per sekund
C) 8 meter per sekund
D) $5\sqrt{2}$ meter per sekund
E) 7 meter per sekund



SLUTT