UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	Mandag 8. oktober 2018
Tid for eksamen:	14.30 – 16.30

Oppgavesettet er på 4 sider.

Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 18 oppgaver. Alle oppgavene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hver oppgave. Om du svarer galt eller lar være å svare på en oppgavel, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Før svarene dine inn på svararket. Krysser du av mer enn ett alternativ på en oppgave, får du 0 poeng.

Oppgave 1. Det komplekse tallet $z = 12e^{i(5\pi/6)}$ kan skrives:

A) $z = 9 + 6i$
B) $z = 6\sqrt{3} + 6i$
C) $z = 12(6 - 5i)$
D) $z = -9 + 6i$
E) $z = -6\sqrt{3} + 6i$

Oppgave 2. Hvilken likning har $z = 3i$ som en løsning?

A) $z^2 + 2z + 3i = 0$
B) $z^2 + z + 9 = 0$
C) $iz^2 + 3z = 0$
D) $z^3 + 3iz^2 - 9z = 0$
E) $z^4 + 81 = 0$

Oppgave 3. Det komplekse tallet $z = 2 - 2i$ kan skrives:

A) $z = \sqrt{8}e^{i(\pi/4)}$
B) $z = \sqrt{8}e^{i(7\pi/4)}$
C) $z = 4e^{i(5\pi/4)}$
D) $z = \sqrt{8}e^{i(3\pi/4)}$
E) $z = 2e^{i(\pi/4)}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. Mengden $\{z : |z-1| > |z-i|\}$ i det komplekse planet er:

A) Mengden av komplekse tall z slik at $\mathrm{Re}(z) > \mathrm{Im}(z)$
B) En sirkelskive med radius 1 og sentrum i punktet $z = 1 + i$
C) En sirkelskive med radius 2 og sentrum midt mellom $z = 1$ og $z = i$
D) Mengden av komplekse tall z slik at $\mathrm{Re}(z) < \mathrm{Im}(z)$
E) Den delen av planet som ligger til venstre for den imaginære aksen

Oppgave 5. De komplekse tredjerøttene w til $z = -27$ er:

A) $w = 3e^{i(\pi/3)}$, $w = 3e^{i(-\pi/3)}$ og $w = -3$
B) $w = 3e^{i(\pi/2)}$, $w = 3e^{i(\pi/4)}$ og $w = -3$
C) $w = 9e^{i(\pi/3)}$, $w = 9e^{i(-\pi/3)}$ og $w = -3$
D) $w = 3e^{i(\pi/6)}$ og $w = -3$
E) $w = 3e^{i(\pi/6)}$, $w = 3e^{i(-\pi/6)}$ og $w = -3$

Oppgave 6. La $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ være følgen gitt ved $a_n = \dfrac{(-2)^n + \sin n}{(3/2)^n + 2^n}$. Hvilket utsagn er sant?

A) Følgen divergerer
B) Følgen konvergerer mot 1
C) Følgen konvergerer mot 0
D) Følgen konvergerer mot 2
E) Følgen konvergerer mot -2

Oppgave 7. Hvilket utsagn er sant:

A) Hvis en følge er strengt avtakende, så divergerer den
B) Hvis en følge ikke konvergerer, så er den ikke begrenset
C) Hvis en følge er nedad begrenset og voksende, så konvergerer den
D) Hvis en følge konvergerer, så er den begrenset
E) Hvis en følge er både nedad og oppad begrenset, så konvergerer den

Oppgave 8. Den deriverte til $f(x) = \dfrac{\sin(\ln x)}{\arctan x}$ er gitt ved:

A) $f'(x) = \dfrac{\cos(\ln x)}{x \arctan x} - \dfrac{\sin(\ln x)}{(1+x^2)(\arctan x)^2}$

B) $f'(x) = \dfrac{(1+x^2)\cos(\ln x)}{\arctan x} + \dfrac{\sin(\ln x)}{(\arctan x)^2}$

C) $f'(x) = \dfrac{(1+x^2)\cos(\ln x)}{(\arctan x)^2} - \dfrac{\sin(\ln x)}{(\arctan x)^2}$

D) $f'(x) = \dfrac{x^2\cos(\ln x)}{\arctan x} - \dfrac{\sin(\ln x)}{(\arctan x)^2}$

E) $f'(x) = \dfrac{(1+x^2)\cos(\ln x)}{\arctan x} - \dfrac{\sin(\ln x)}{(\arctan x)^2}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 9. Hvis f og g er to ganger deriverbare og $h(x) = g(f(x))$, så er:

A) $h''(x) = g''(f(x)) \cdot f''(x)$
B) $h''(x) = g'(f(x)) \cdot f''(x)$
C) $h''(x) = g''(f(x)) \cdot (f'(x))^2 + g'(f(x)) \cdot f''(x)$
D) $h''(x) = g''(f(x)) \cdot f'(x)$
E) $h''(x) = g''(f(x)) \cdot f'(x) \cdot f''(x) + g''(f(x)) \cdot f'(x)$

Oppgave 10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 + \sin^2 x}{1 - \cos^2 x}$ er lik:

A) 2
B) 1
C) 0
D) -1
E) ∞

Oppgave 11. $\lim\limits_{x\to\infty} x^{(1/x^2)}$ er lik:

A) 1
B) 0
C) -1
D) -2
E) ∞

Oppgave 12. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - (\ln x)^2\right)$ er:

A) $+\infty$
B) 1
C) 0
D) -1
E) $-\infty$

Oppgave 13. La g og h være deriverbare funksjoner slik at $g(x) \neq 0$ og $h(x) \neq 0$ for alle $x \in \mathbf{R}$. La $f(x) = \dfrac{1}{g(x)h(x)}$. Da er:

A) $f'(x) = -\dfrac{g'(x)h'(x) + g'(x)h'(x)}{[g(x)h(x)]^2}$

B) $f'(x) = \dfrac{g'(x)h(x) + g(x)h'(x)}{[g(x)h(x)]^2}$

C) $f'(x) = -\dfrac{g'(x)h(x) + g(x)h'(x)}{g(x)h(x)}$

D) $f'(x) = \dfrac{g'(x)h(x) + g(x)h'(x)}{g(x)h(x)}$

E) $f'(x) = -\dfrac{g'(x)h(x) + g(x)h'(x)}{[g(x)h(x)]^2}$

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 14. La $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være funksjonen gitt ved $f(x) = 2(x-1)^4$. Hvilket utsagn er sant?

A) f er konveks på intervallet $[-10, 10]$
B) $x = 1$ er et vendepunkt for f
C) f er konkav på intervallet $[-10, 10]$
D) f er konveks på intervallet $(-\infty, -1)$ og konkav på intervallet $(-1, \infty)$
E) f er konkav på intervallet $(-\infty, 1)$ og konveks på intervallet $(1, \infty)$

Oppgave 15. Hvilken funksjon har skråasymptoten $y = x - 4$ når $x \to +\infty$:

A) $f(x) = xe^{-4/x}$
B) $f(x) = xe^{4/x}$
C) $f(x) = xe^{4/x} + 4$
D) $f(x) = xe^{-4/x} + 4$
E) $f(x) = 4xe^{-4/x}$

Oppgave 16. La $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være den omvendte funksjonen til $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ gitt ved $f(x) = x + \arctan x$. Da er $g'(0)$ lik:

A) 2
B) 1
C) 1/2
D) 1/4
E) 0

Oppgave 17. Den omvendte funksjonen g til funksjonen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ gitt ved $f(x) = 2\arctan(e^x)$ er:

A) $g(x) = \ln(\tan(x/2))$ med definisjonsområde $D_g = (-\pi, \pi)$
B) $g(x) = \ln(\tan(x/2))$ med definisjonsområde $D_g = (0, \pi)$
C) $g(x) = \tan(\ln(x/2))$ med definisjonsområde $D_g = (0, \infty)$
D) $g(x) = \tan(\ln(2x))$ med definisjonsområde $D_g = (-\pi/2, \pi/2)$
E) $g(x) = \ln(\tan(x/2))$ med definisjonsområde $D_g = \mathbf{R}$

Oppgave 18. La $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være definert ved $f(x) = x^2 + 1$, og la $\epsilon > 0$. Hvilket krav sikrer at $|f(x) - f(2)| < \epsilon$?

A) $|x-2| < \epsilon/6$
B) $|x-2| < \epsilon/2$ og $|x-2| < \epsilon^2$
C) $|x-2| < \epsilon/5$ og $|x-2| < 1$
D) $|x-2| < \epsilon/2$ og $|x-2| < 1/2$
E) $|x-2| < \epsilon/3$ og $|x-2| < \epsilon^2$

SLUTT