MAT 1100: H-09-LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1
Den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial y}$ til $f(x,y,z) = x^2\cos(yz)$ er

☐ $xy\cos z$
☐ $x^2\cos z$
☐ $-x^2\sin z$
☒ $-x^2 z\sin(yz)$
☐ $x^2 x\cos z$

Svar: $-x^2 z\sin(yz)$

Oppgave 2
Funksjonen $f(x,y) = 4x^2y - x^3$ vokser i punktet $(1,2)$ raskest i retningen

☐ $(1,2)$
☐ $(12,5)$
☒ $(13,4)$
☐ $(10,3)$
☐ $(8,4)$

Svar: $(13,4)$

Oppgave 3
Den retningsderiverte $f'(\mathbf{a};\mathbf{r})$ til funksjonen $f(x,y) = x^2e^{y^2-x^2}$ når $\mathbf{a} = (1,1)$ og $\mathbf{r} = (-1,1)$ er

☐ $-4e$
☐ -2
☐ $-e$
☒ 2
☐ $4e$

Svar: 2

Oppgave 4
Volumet til parallellepipedet utspent av vektorene $(1,1,0), (0,1,-2), (-1,0,1)$ er

- ☐ 4
- ☒ 3
- ☐ 2
- ☐ 1
- ☐ 0

Svar: 3

Oppgave 5

Den inverse matrisen til $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ er

- ☒ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ☐ matrisen er ikke invertibel
- ☐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Svar: $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Oppgave 6

Integralet $\int_0^1 \frac{4}{4-x^2}dx$ er

- ☐ 1
- ☐ $2 - \ln 2$
- ☐ $\ln 2$
- ☒ $\ln 3$
- ☐ $\ln 3 - \ln 2$

Svar: $\ln 3$

Oppgave 7

Den andrederiverte f'' til funksjonen $f(x) = \int_{-2}^{2x}(1 - \sin t)dt$ er

- ☐ $2 - 2\cos 2x$
- ☒ $-4\cos 2x$
- ☐ $-4\sin 2x$
- ☐ $2\sin x$
- ☐ $1 - 2\sin x$

Svar: $-4\cos 2x$

Oppgave 8

Arealet til trekanten med hjørner i $(1,0,-2), (0,2,-4), (1,-1,0)$ er

- ☐ 3
- ☐ 2
- ☒ $\frac{3}{2}$
- ☐ 1
- ☐ $\frac{1}{2}$

Svar: $\frac{3}{2}$

Oppgave 9

Funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}\sqrt{x^2+1} \quad x > 0; f(0) = 0$ er definert på de ikkenegative reelle tallene og har

- ☐ en asymptote og er kontinuerlig
- ☒ to asymptoter og en diskontinuitet
- ☐ to asymptoter og er kontinuerlig
- ☐ ingen asymptoter og en diskontinuitet
- ☐ en asymptote og en diskontinuitet

Svar: to asymptoter og en diskontinuitet

Oppgave 10

Følgen $a_1 = 3, a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1}+1), \quad n > 1$ konvergerer

- ☐ ikke
- ☐ mot 0
- ☐ mot $\frac{1}{2}$
- ☐ mot $\frac{3}{2}$
- ☒ mot 1

Svar: mot 1

Oppgave 11

(1) Regn ut integralet

$$\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})dx$$

Svar: Bruker substitusjonen $u = \sqrt{x}$ og får $\frac{1}{2}$

(2) Regn ut det uegentlige integralet

$$\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$

Svar: Bruker delvis integrasjon og får $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2$

Oppgave 12

(1) La

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ b & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Finn a, b slik at produktmatrisen $AB = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Svar: $a = 1, b = -1$

(2) Fins det a, b slik at produktmatrisen $BA = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?

Svar: Nei ($BA = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4-2a \\ 6b & b & 4b \\ -3 & -1 & 3a-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ betyr at $b = 1$ og $4b = 0$ som er umulig)

Regn ut determinanten til BA?

Svar: $BA = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4-2a \\ 6b & b & 4b \\ -3 & -1 & 3a-4 \end{pmatrix}$. Determinanten er lik 0.

Oppgave 13 Hvilken kurve i det komplekse planet danner de komplekse tallene z som har $Im(z) = Re(iz)$?

Svar: Hvis vi skriver $z = a + ib$ får vi likningen $b = -b$, som betyr at $b = 0$, dvs at z er reell, og kurven er den reelle aksen (linja $Im(z) = 0$).

Oppgave 14

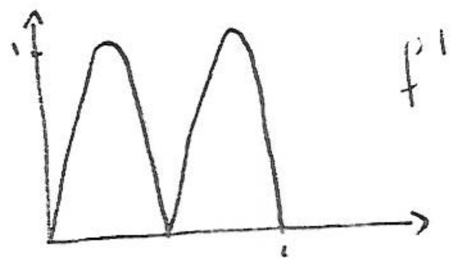
(1) Den kontinuerlige funksjonen $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ har verdien $f(0) = -1$ og er deriverbar på $(0, 1)$. Figuren viser grafen til den deriverte funksjonen f'.

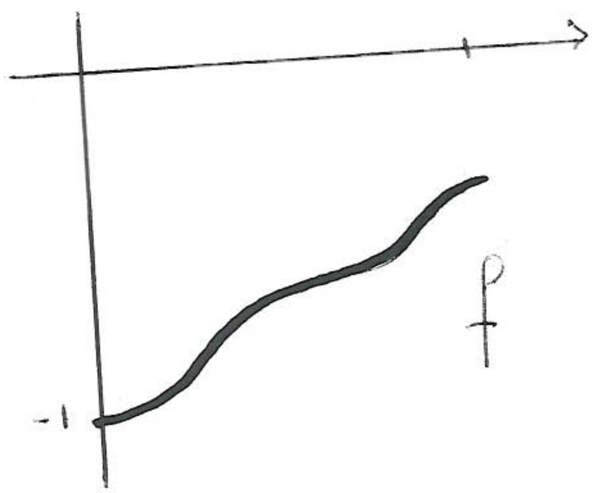
SE NESTE SIDE

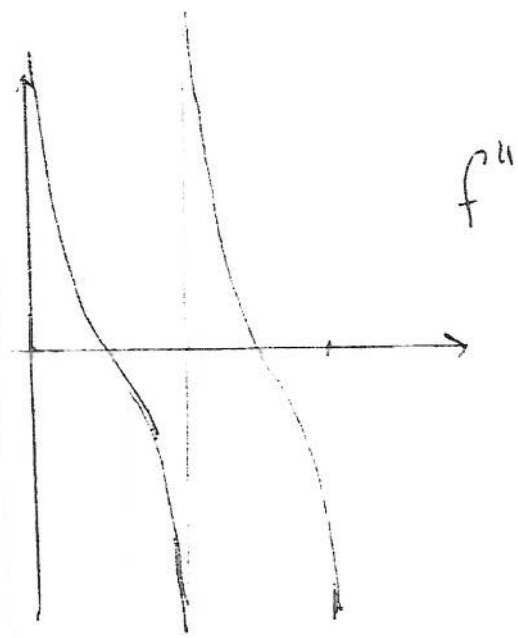
Skisser grafen til f og til f''.

(2) Den andrederiverte f'' er definert i hele $(0, 1)$ unntatt i ett punkt. Hvilke monotoniegenskaper har f? Hvor er f konkav, og konveks?

Svar: f er monotont voksende på $[0, 1]$ (siden $f' \geq 0$ på intervallet). f er konkav der f' avtar, dvs på $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ og $[\frac{3}{4}, 1]$, den er tilsvarende konveks der f' vokser, dvs på $[0, \frac{1}{4}]$ og $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$


1
f'


f
-1


f''