

UNIVERSITETET I OSLO
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

UNDERVEISEKSAMEN I: MAT1110 – KALKULUS OG LINEÆR ALGEBRA.
EKSAMENSDAG: TIRSDAG 15/3, 2005.
TID FOR EKSAMEN: KL. 09.00–11.00.
VEDLEGG: FORMELSAMLING.
TILLATTE HJELPEMIDLER: INGEN.
OPPGAVESETTET ER PÅ 2 SIDER.

Opgaven består av 15 spørsmål, spørsmålene 3, 4, 6, 11, 15 teller 4 poeng hver, de andre spørsmålene teller 3 poeng. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av får du null poeng. Markerer du flere alternativ på samme spørsmål får du også null poeng.

KANDIDATNR. _____

1. For følgen $a_n = \frac{n^3 + e^{-n}}{(2n^2 - 1)\sqrt{4n^2 + 2}}$ gjelder

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{4}$ $\{a_n\}$ divergerer $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Summen av rekka $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^n}{3^n} + \frac{(-1)^n 4}{3^{2n}} \right)$ er lik

$\frac{3}{3-e} + \frac{18}{5}$ $\frac{3}{3-e} + 9$ $\frac{3}{3-e} + \frac{18}{5}$ $\frac{e}{3-e} - \frac{18}{5}$ $\frac{3}{3-e} - \frac{18}{5}$

3. For hvilke p konvergerer rekka $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}$?

For ingen p Rekka konvergerer hvis og bare hvis $p > 0$
 Rekka konvergerer hvis og bare hvis $p \geq 1$ Rekka konvergerer hvis og bare hvis $p > 1$
 Rekka konvergerer bare hvis $p = 1$

4. Summen av rekka $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$ er lik

$\frac{1}{35}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{\pi^2}{6}$ ∞

5. For de to rekkene a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - n}$ og b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^{3/2} + n}$ gjelder

a) er absolutt konvergent og b) er divergent begge er betinget konvergente
 a) er betinget konvergent og b) er absolutt konvergent begge er divergente
 a) er absolutt konvergent og b) er betinget konvergent

6. Konvergensintervallet til potensrekka $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{n+1}}{3^n n}$ er

$[-3, 3]$ $(-2, 4)$ $(-\infty, \infty)$ $(-3, 3]$ $(-2, 4]$

7. MacLaurin rekka til $1 - \cos 2x$ er

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n-1}x^{2n}}{(2n)!}$
 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2(n!)}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}4^n x^{2n}}{(2n)!}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{(2n)!}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}2^n x^{2n}}{(2n)!}$

8. MacLaurin rekka til $\frac{2x}{(1-x^2)^2}$ er

$\sum_{n=0}^{\infty} 2x^{4n}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} 2n x^{2n-1}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}x^{4n}$
 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{n}$

9. Kurven $x = \frac{1}{\cos t}$, $y = 2 \tan t$, $t \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ er en parameterfremstilling av kurven

Ellipsen $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
 Parabelen $y = x^2 + 4$
 Hyperbelgreinen $4x^2 - y^2 = 4$, $x > 0$
 Ellipsen $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$
 Hyperbelgreinen $x^2 - 4y^2 = 4$, $x > 0$

10. Buelengden til kurven $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ er

3
 $\frac{3}{2}$
 $\frac{3}{4}$
 $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
 1

11. Tangentlinjen til kurven $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ i punktet der $t = \frac{\pi}{6}$ har likning:

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{4}$
 $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{2}$
 $y = \sqrt{3}x - \frac{1}{2}$
 $y = -\sqrt{3}x + \frac{1}{4}$
 $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{1}{4}$

12. Kurven med likning i polarkoordinater $r^2 = \cos 2\theta$ har likning i kartesiske koordinater

$y = x^2 - y^2$
 $x = x^2 + y^2$
 $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$
 $xy = x^2 - y^2$
 $x = (x^2 + y^2)^2$

13. Området i (x, y) -planet som i polarkoordinater er gitt ved $0 \leq r \leq \sqrt{\cos 2\theta}$, $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ har areal

$\frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{3}{2}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{4}$

14. Vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$ og $\vec{v} = -\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}$ er

$\frac{5\pi}{6}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{4}$
 $\frac{2\pi}{3}$
 $\frac{3\pi}{4}$

15. For $x \in [-2, 2)$ er summen av rekka $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n}$ lik

$\ln(1 - 2x)$
 $\ln(2 - x)$
 $\ln 2 - \ln(2 - x)$
 $\arctan(1 + 2x) - \frac{\pi}{4}$
 $\ln(1 - x^2)$

SLUTT