UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra
Eksamensdag:	Fredag 30. mars 2012
Tid for eksamen:	15.00 – 17.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 16 spørsmål. De 14 første teller 3 poeng hver, mens de 2 siste teller 4 poeng hver slik at den totale poengsummen er 50. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng. Svarene fører du inn på eget svarark.

Oppgave 1. (3 poeng) En parametrisert kurve er gitt ved $\mathbf{r}(t) = t\,\mathbf{i} + t^2\,\mathbf{j}$. Farten $v(t)$ er lik:

A) $t\sqrt{1+t^2}$

B) $t + t^2$

C) $\sqrt{1+4t^2}$

D) $1 + 4t^2$

E) $2\sqrt{2t}$

Oppgave 2. (3 poeng) Hvilket kjeglesnitt fremstiller ligningen $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y = 11$?

A) Ellipsen med sentrum i $(1, -2)$ og halvakser $a = 2$, $b = 3$.
B) Det er ingen punkter som oppfyller ligningen.
C) Hyperbelen med sentrum i $(1, -2)$ og asymptoter $y + 2 = \pm\frac{3}{2}(x - 1)$.
D) Hyperbelen med sentrum i $(2, 3)$ og asymptoter $y - 3 = \pm\frac{1}{2}(x - 2)$.
E) Ellipsen med sentrum i $(2, 2)$ og halvakser $a = 1$, $b = 2$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. (3 poeng) Hvis $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, så har matriseligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ løsningen:

A) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

B) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

C) Det finnes ingen løsninger

D) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

E) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

Oppgave 4. (3 poeng) Hvis $\mathbf{T} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ er lineæravbildningen slik at $\mathbf{T}(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{T}(\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, så er matrisen til $\mathbf{T}$ lik:

A) $\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Oppgave 5. (3 poeng) Den reduserte trappeformen til matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ er:

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 6. (3 poeng) Hvis $\mathbf{F}(x,y) = x^2y\,\mathbf{i} + (x-y)\,\mathbf{j}$ og $\mathcal{C}$ er kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = \sin t\,\mathbf{i} + t^2\,\mathbf{j}$, $t \in [0,\pi]$, så er linjeintegralet $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik:

A) $x^2y \int_0^\pi \cos t\,dt + 2(x-y)\int_0^\pi t\,dt$

B) $\int_0^\pi \left(t^2 \sin^2 t\,\mathbf{i} + (\sin t - t^2)\mathbf{j}\right)\sqrt{\cos^2 t + 4t^2}\,dt$

C) $\int_0^\pi \left(\sin t \cos t + 2t^3\right)\,dt$

D) $\int_0^\pi \left(t^2 \sin^3 t + t^2 \sin t - t^4\right)\,dt$

E) $\int_0^\pi \left(t^2 \sin^2 t \cos t + 2t \sin t - 2t^3\right)\,dt$

Oppgave 7. (3 poeng) Hvis $\phi(x,y) = x^2y + x$ og $\mathcal{C}$ er kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = \cos t\,\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j}$, $t \in [0,\pi]$, så er $\int_{\mathcal{C}} \nabla\phi \cdot d\mathbf{r}$ lik

A) 0
B) 1
C) $-\frac{1}{2}$
D) π
E) -2

Oppgave 8. (3 poeng) Lineariseringen til funksjonen $\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2y \\ x-y \end{pmatrix}$ i punktet $\mathbf{a} = (2,1)$ er gitt ved:

A) $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} -3x+2y+14 \\ x-2y+1 \end{pmatrix}$

B) $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 4x+4y-8 \\ x-y \end{pmatrix}$

C) $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 3x-2y \\ 2x-y-2 \end{pmatrix}$

D) $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 4x-4 \\ -y+2 \end{pmatrix}$

E) $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 4x+4y \\ x-y \end{pmatrix}$

Oppgave 9. (3 poeng) A er området i første kvadrant avgrenset av x-aksen, linjen $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ og sirkelen $x^2 + y^2 = 4$. Da er $\iint_A (x^2 + y^2 - x)\,dxdy$ lik:

A) $\int_0^2 \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(r^2 - r\cos\theta\right)\,d\theta\right]\,dr$

B) $\int_0^2 \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(r^3 - r^2\cos\theta\right)\,d\theta\right]\,dr$

C) $\int_0^2 \left[\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(r^2 - r\cos\theta\right)\,d\theta\right]\,dr$

D) $\int_0^4 \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(r^3 - r^2\cos\theta\right)\,d\theta\right]\,dr$

E) $\int_0^2 \left[\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(r^3 - r^2\cos\theta\right)\,d\theta\right]\,dr$

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 10. (3 poeng) Volumet til området som ligger over xy-planet, under grafen til $z = x^2 + y^2$ og inni sylinderen $x^2 + y^2 = 1$, er:

A) $\frac{3}{2}$
B) 2
C) $\frac{\pi}{2}$
D) $\frac{\pi^2}{6}$
E) $\frac{\pi}{3}$

Oppgave 11. (3 poeng) En flate er paramtrisert ved $\mathbf{r}(u,v) = (u-v)\,\mathbf{i} + (u+v)\,\mathbf{j} + u\,\mathbf{k}$, der $0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$. Arealet til flaten er

A) $\sqrt{5}$
B) 2
C) $\sqrt{6}$
D) $\frac{5}{2}$
E) 3

Oppgave 12. (3 poeng) Anta at R er rektangelet $[0,3] \times [0,2]$, og la $\mathcal{C}$ være randkurven til R med positiv orientering. Da er $\int_{\mathcal{C}} (xy^2\,dx - x^2y\,dy)$ lik:

A) -36
B) 20
C) -30
D) -45
E) 25

Oppgave 13. (3 poeng) Finn alle løsningene til ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ 2x + 2y + 3z &= 2 \\ 3x + 3y + 4z &= 4 \end{aligned}$$

A) Systemet har ingen løsninger
B) $x = 4,\ y = 0,\ z = -2$
C) $x = 6,\ y = -2,\ z = -2$
D) $z = -2$, y kan velges fritt, men da må vi la $x = 4 - y$.
E) $x = 4,\ y = 1,\ z = -3$

Oppgave 14. (3 poeng) A er området i xy-planet avgrenset av de fire linjene $y = x,\ y = x + 2,\ y = -x + 1,\ y = -x + 3$. Hvis vi innfører nye variable $u = y - x,\ v = y + x$, blir integralet $\iint_A xy\,dxdy$ lik:

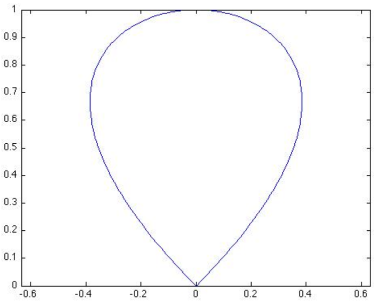
A) $\int_0^2 \left[\int_1^3 (v^2 - u^2)\,dv\right] du$
B) $\int_0^2 \left[\int_1^3 (v^2 - u^2)uv\,dv\right] du$
C) $\int_0^2 \left[\int_1^3 \frac{v^2-u^2}{8}\,dv\right] du$
D) $\int_0^2 \left[\int_1^3 (v^2 - u^2)\ln(uv)\,dv\right] du$
E) $\int_0^2 \left[\int_1^3 (v^2 - u^2)(u+v)\,dv\right] du$

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 15. (4 poeng) MATLAB-sekvensen

```
t=-1:0.01:1;
x=t.^3-t;
y=1-t.^2;
plot(x,y)
axis('equal')
```

produserer figuren nedenfor. Finn arealet til området avgrenset av kurven.



A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{2}{5}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{8}{15}$

E) $\frac{5}{9}$

Oppgave 16. (4 poeng) Volumet til legemet avgrenset av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ og planet $z = 2x + 2y + 2$ er

A) 8π
B) 7π
C) 10π
D) 9π
E) $2\sqrt{3}\pi$

SLUTT