Midtveiseksamen i MAT1110 23/3 2017

Midtveiseksamen MAT1110

Kalkulus og lineær algebra

23. mars 2017, kl. 09.00-11.00

Hjelpemidler: Ingen

Formelsamlingen er lagt opp som en PDF i oppgave 1 i oppgavesettet. Bla til oppgave 1 hvis du har behov for å konferere med formelsamlingen.

1

En avbildning F fra $\mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$ er gitt ved $F(x,y) = xy\, i + (x^2 - y^2)\, j + (x+y)\, k$. Da er lineariseringen til F, $T_a(F)$, i punktet $a = (0,0)$ gitt ved:

Velg ett alternativ

- $x\, i + y\, j + z\, k$
- $(x+y)\, i + (2x - 2y)\, j + 2\, k$
- $(x+y)\, k$
- 0
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 1

2 En kurve er gitt ved $\mathbf{r}(t) = t\cos(t)\,\mathbf{i} + t\sin(t)\,\mathbf{j}$. Da er $|\mathbf{r}'(t)|$ lik:

Velg ett alternativ

- $(-t\sin(t) + \cos(t))\,\mathbf{i} + (t\cos(t) + \sin(t))\mathbf{j}$
- $1 + t^2$
- $\sqrt{1+t^2}$
- 1
- $|t|$

Maks poeng: 1

3 En matrise A er gitt ved $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Da er den inverse matrisen til A gitt ved:

Velg ett alternativ

- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- A er ikke inverterbar
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 1

4 La $\mathbf{r}(t)$ være en kurve i $\mathbb{R}^3$ der $\mathbf{r}(1) = \mathbf{i} + \mathbf{k}$, $\mathbf{r}'(1) = \mathbf{i} - \mathbf{j}$.La F være en avbildning $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ som er slik at$F'(\mathbf{i} + \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Sett $\mathbf{h}($

Velg ett alternativ

- $2\mathbf{j}$
- $\mathbf{h}$ er ikke deriverbar for $t = 1$.
- $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

Maks poeng: 1

5 La C være kurven $\mathbf{r}(t) = t\cos(t)\,\mathbf{i} + t\sin(t)\,\mathbf{j}$, $t \in [0, 1]$, og sett $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$. Da er $\int_C f\, ds$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- π
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{3}$

Maks poeng: 1

6 La A være en $n \times n$ matrise. Anta at ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har to løsninger $\mathbf{x}_1$ og $\mathbf{x}_2$. Hvilket av følgende utsagn er ikke riktig:
Velg ett alternativ

- $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har uendelig mange løsninger.
- $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun løsningen $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- A er ikke inverterbar.
- $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger.
- Søylene i A er lineært avhengige.

Maks poeng: 1

7 Et kraftfelt er gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = xy^2e^{-x^2y^2}\,\mathbf{i} + x^2ye^{-x^2y^2}\,\mathbf{j}$. Da er en potensialfunksjon til $\mathbf{F}$ gitt ved:
Velg ett alternativ

- $\mathbf{F}$ har ingen potensialfunksjon.
- -$\frac{1}{2}x^2y^2e^{-x^2y^2}$
- $-\frac{1}{2}e^{-x^2y^2} + 1$
- $x^2y^2\mathbf{i} + e^{-x^2y^2}\mathbf{j}$
- xye^{-xy}

Maks poeng: 1

8 En parametrisert kurve er gitt ved $\mathbf{r}(t) = f(t)\cos(t)\,\mathbf{i} + f(t)\sin(t)\,\mathbf{j}$ for en glatt funksjon f. Da er baneakselerasjonen $a(t)$ gitt ved:
Velg ett alternativ

- $\frac{f''(t)f'(t)+f'(t)f(t)}{\sqrt{(f'(t))^2+(f(t))^2}}$
- $-f''(t)\cos(t)\,\mathbf{i} - f''(t)\sin(t)\,\mathbf{j}$
- $f''(t)$
- $\frac{f''(t)+f'(t)}{\sqrt{(f'(t))^2+(f(t))^2}}$
- $\sqrt{(f'(t))^2 + (f(t))^2}$

Maks poeng: 1

9 Hvilket kjeglesnitt beskriver ligningen $x^2 - 2x - y^2 - 4y - 7 = 0$?
Velg ett alternativ

- En hyperbel med sentrum $(1, -2)$ og brennpunkter $(1 \pm \sqrt{8}, -2)$.
- En sirkel med sentrum $(1, -2)$ og radius 2.
- De rette linjene $x = 1 \pm \sqrt{8}(y + 2)$.
- En parabel med sentrum $(1, -2)$ og brennpunkt $(1 + \sqrt{8}, -2)$, og styringslinje $x = 1 - \sqrt{8}$.
- En ellipse med sentrum $(1, -2)$ og brennpunkter $(1 \pm \sqrt{8}, -2)$.

Maks poeng: 1

10 Ligningssystemet $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ har løsning:
Velg ett alternativ

- $x = 1, y$ og z frie.
- $x = 1 - z.\ y = 1, z$ fri.
- $x = 1.\ y = 1 - z, z$ fri.
- Systemet har ingen løsninger.
- $x = 2.\ y = 0, z = -1.$

Maks poeng: 1

11 La $\mathbf{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$, og sett $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \log(|\mathbf{x}|)\mathbf{x}$. Da er $\mathbf{F}'(\mathbf{x})$ lik:
Velg ett alternativ

- F er ikke deriverbar.
- $\frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} + \log(|\mathbf{x}|)$.
- $\begin{pmatrix} \log(|\mathbf{x}|) + \frac{x^2}{|\mathbf{x}|^2} & \frac{xy}{|\mathbf{x}|^2} \\ \frac{xy}{|\mathbf{x}|^2} & \log(|\mathbf{x}|) + \frac{y^2}{|\mathbf{x}|^2} \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} \log(|\mathbf{x}|) + 1 & 1 \\ 1 & \log(|\mathbf{x}|) + 1 \end{pmatrix}$
- $\frac{\mathbf{x}^2}{|\mathbf{x}|^2} + \log(|\mathbf{x}|)$.

Maks poeng: 1

12 La C være kurven $\mathbf{r}(t) = \cos(e^t)\,\mathbf{i} + \sin(e^t)\,\mathbf{j}$, $t \in [\log(\pi) - \log(2), \log(\pi)]$, og la $f(x,y) = xy$. Da blir $\int_C f\,ds$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{2}$
- $e^{-1/2}$
- 0
- $-\frac{1}{2}$
- π

Maks poeng: 1

13 La matrisen A være gitt ved $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Hvilken av påstandene under er riktige:

Velg ett alternativ

- Radene i A er lineært avhengige.
- Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har bare løsningen $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- Kolonnene i A er lineært avhengige.
- Determinanten til A er 1.
- A er ikke inverterbar.

Maks poeng: 1

14 La S og T være lineæravbildninger fra $\mathbb{R}^2$ til $\mathbb{R}^2$ slik at $T(\mathbf{i}) = \mathbf{i}$, $T(\mathbf{j}) = 2\mathbf{j}$, $S(\mathbf{i}) = \mathbf{i} + \mathbf{j}$, $S(\mathbf{j}) = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Da vil den sammensatte lineæravbildni

Velg ett alternativ

- $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 1

15 La $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 & 2 & -2 & -3 \\ 1 & -2 & -2 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & -3 & -3 \\ -1 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ -3 & -2 & -3 & 0 \\ -2 & -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

La $C = AB$. Da er elementet i andre rad, fjerde søyle i C lik:

Velg ett alternativ

- 21
- 12
- -11
- 7
- 11

Maks poeng: 1

16 Tangentplanet til ellipsoiden $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ i punktet $(x, y, z) = (1, 1, 1/2)$ har ligning:

Velg ett alternativ

- $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}}$
- $z = -\frac{x}{2} - \frac{y}{4}$
- $z = \frac{1}{2} + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(y-1)^2}{4}$
- $z = x + \frac{y}{2} - 1$
- $z = 2 - x - \frac{y}{2}$

Maks poeng: 1

17 La $\mathcal{C}$ være kurven gitt ved $\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t), t, \frac{1}{2}t^2) \in \mathbb{R}^4$ for $t \in \mathbb{R}$. Hvilket av punktene under ligger på den rette linja som er tangent til $\mathcal{C}$ i punktet $(0, 1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi^2}{8})$?

Velg ett alternativ

- $(0, 1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$
- $(\frac{\pi}{2}, 1, 0, -\frac{\pi^2}{8})$
- $(1, 0, 0, 0)$
- $(0, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi^2}{8})$
- $(-\pi, 1, \frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi^2}{8})$

Maks poeng: 1

Question 1
Attached

FORMELSAMLING FOR MAT 1110

Eksponentialfunksjoner

Derivasjon: $(a^x)' = a^x \ln a$ spesielt $(e^x)' = e^x$
Identiteter: $a^x a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $(a^x)^y = a^{xy}$

Logaritmefunksjonen

Derivasjon: $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$
Identiteter: $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ $\ln(\frac{x}{y}) = \ln x - \ln y$ $\ln \frac{1}{x} = -\ln x$
$\ln(x^a) = a \ln x$ for $x, y > 0$

Trigonometriske funksjoner

Derivasjon: $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
Identiteter: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$
$\sin x = \pm \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$
$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$
Eksakte verdier:

v	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin v$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos v$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\tan v$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$-$

Arcusfunksjoner

Derivasjon; $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Integraler

$\int \frac{1}{x^2+a^2}\,dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C, \quad a \neq 0$

$\int \frac{1}{x^2-a^2}\,dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C, \quad a \neq 0$

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \arcsin\frac{x}{a} + C, \quad a \neq 0$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C, \quad a \neq 0$

$\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin x \cos x + C$

$\int \cos^2 x \; dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \cos x + C$
$\int \frac{1}{\sin x} \; dx = \ln \left| \frac{1-\cos x}{\sin x} \right| + C$
$\int \frac{1}{\cos x} \; dx = \ln \left| \frac{1+\sin x}{\cos x} \right| + C$
$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$
$\int \cos^n x \; dx = \frac{\cos^{n-1} x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x \; dx$
$\int e^{ax} \sin bx \; dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \sin bx - b \cos bx) + C$
$\int e^{ax} \cos bx \; dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(b \sin bx + a \cos bx) + C$

Rekker

Taylorrekken til f om a: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$

Geometriske rekker: $\frac{1}{1-x} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n$, konvergensområde $(-1, 1)$

Binomiske rekker: $(1+x)^\alpha = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n$, konvergensradius 1 for $\alpha \notin \mathbf{N}$

Noen Taylorrekker: $e^x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

$\sin x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

$\cos x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

$\ln(1-x) = -\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, konvergensområde $[-1, 1)$

$\arctan x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$, konvergensområde $[-1, 1]$

Taylors formel: $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \frac{1}{n!} \int_a^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n \; dt =$

$= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

Funksjoner av flere variable

Gradienten: $\nabla f(\mathbf{x}) = (\frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x}), \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(\mathbf{x}))$

Kjerneregelen. På matriseform: $\mathbf{H}'(\mathbf{a}) = \mathbf{F}'(\mathbf{G}(\mathbf{a}))\mathbf{G}'(\mathbf{a})$

På komponentform: $\frac{\partial h}{\partial x_i}(\mathbf{a}) = \frac{\partial f}{\partial u_1}(\mathbf{b}) \cdot \frac{\partial g_1}{\partial x_i}(\mathbf{a}) + \ldots + \frac{\partial f}{\partial u_m}(\mathbf{b}) \cdot \frac{\partial g_m}{\partial x_i}(\mathbf{a})$

Linearisering av F: $T_{\mathbf{a}}\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \mathbf{F}(\mathbf{a})$

Normalvektor: $\mathbf{n} = -\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)\,\mathbf{i} - \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Tangentplan: $z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)(y - y_0)$

Newtons metode: $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - (\mathbf{F}'(\mathbf{x}_n))^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x}_n)$

Annenderiverttesten: Anta at (a,b) er et stasjonært punkt og la $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b)$, $B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b)$, $C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)$, $D = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2$. Da gjelder:
i) Hvis $D < 0$, er (a,b) et sadelpunkt.
ii) Hvis $D > 0$ og $A > 0$, er (a,b) et lokalt minimum.
iii) Hvis $D > 0$ og $A < 0$, er (a,b) et lokalt maksimum.

Lagranges multiplikatormetode: $\nabla f(\mathbf{a}) = \lambda_1 \nabla g_1(\mathbf{a}) + \lambda_2 \nabla g_2(\mathbf{a}) \cdots + \lambda_k \nabla g_k(\mathbf{a})$ (eller gradientene på høyre side lineært avhengige).

Derivasjon av omvendt funksjon: $(\mathbf{F}^{-1})'(\mathbf{y}) = \mathbf{F}'(\mathbf{x})^{-1}$ der $\mathbf{y} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$.

Derivasjon av implisitt funksjon: Hvis $f(\mathbf{x}, g(\mathbf{x})) = 0$, så $\frac{\partial g}{\partial x_i}(\mathbf{x}) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x}, g(\mathbf{x}))}{\frac{\partial f}{\partial y}(\mathbf{x}, g(\mathbf{x}))}$

Parametriserte kurver og linjeintegraler

Hastighet: $\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t) = (x_1'(t), x_2'(t), \ldots, x_n'(t))$

Fart: $v(t) = |\mathbf{v}(t)| = \sqrt{x_1'(t)^2 + x_2'(t)^2 + \cdots + x_n'(t)^2}$

Akselerasjon: $\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \mathbf{r}''(t) = (x_1''(t), x_2''(t), \ldots, x_n''(t))$

Banekselerasjon: $a(t) = v'(t)$

Buelengde: $s = L(a,b) = \int_a^b v(t)\, dt = \int_a^b \sqrt{x_1'(t)^2 + x_2'(t)^2 + \cdots + x_n'(t)^2}\, dt$

Linjeintegral av skalarfelt: $\int_{\mathcal{C}} f\, ds = \int_a^b f(\mathbf{r}(t)) v(t)\, dt$

Linjeintegral av vektorfelt: $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{v}(t)\, dt$

Integral av gradient: $\int_{\mathcal{C}} \nabla\phi \cdot d\mathbf{r} = \phi(\mathbf{b}) - \phi(\mathbf{a})$

Nødvendig betingelse for konservativt felt: $\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}(\mathbf{x})$ alle $\mathbf{x}, i, j$.

Multiple integraler

Skifte av variabel: $\iint_D f(x,y)\, dxdy = \iint_S f(x(u,v), y(u,v)) \left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} \right| dudv$

Polarkoordinater: $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$, Jacobideterminant: r

Sylinderkoordinater: $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta, z = z$, Jacobideterminant: r

Kulekoordinater: $x = \rho \sin\phi \cos\theta, y = \rho \sin\phi \sin\theta, z = \rho\cos\phi$,
<u>Jacobideterminant</u>: $\rho^2 \sin\phi$

Flateintegral: Generelt: $\int_S f\ dS = \iint_R f(X(u,v), Y(u,v), Z(u,v)) \left|\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}\right| dudv$

For $z = g(x,y)$: $\int_S f\ dS = \iint_R f(x,y,g(x,y))\sqrt{1 + (\frac{\partial g}{\partial x})^2 + (\frac{\partial g}{\partial y})^2}\ dxdy$

Greens teorem: $\iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy = \int_{\mathcal{C}} P\ dx + Q\ dy$

Kjeglesnitt

Parabel: $(y-n)^2 = \pm 4a(x-m)$ eller $(x-m)^2 = \pm 4a(y-n)$, <u>brennvidde</u>: $a > 0$

Ellipse: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$, <u>brennvidde</u>: $c = \sqrt{|a^2 - b^2|}$

Hyperbel: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ eller $\frac{(y-n)^2}{b^2} - \frac{(x-m)^2}{a^2} = 1$,
<u>brennvidde</u>: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, <u>asymptoter:</u> $y - n = \pm\frac{b}{a}(x-m)$

Vektorregning og determinanter

Vektorprodukt: $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2\ , a_3b_1 - a_1b_3\ , a_1b_2 - a_2b_1) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$

Determinanter: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Regneregler for determinanter: $\det(AB) = \det(A)\det(B)$, $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$, $\det(A^T) = \det(A)$

Matriser og lineæravbildninger

Def. av lineæravbildning: (i) $\mathbf{T}(c\mathbf{x}) = c\mathbf{T}(\mathbf{x})$, (ii) $\mathbf{T}(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = \mathbf{T}(\mathbf{x}) + \mathbf{T}(\mathbf{y})$

Def. av affinavbildning: $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{c}$

Matrisen til en lineæravbildning T: $A = (\mathbf{T}(\mathbf{e}_1), \mathbf{T}(\mathbf{e}_2)\ldots, \mathbf{T}(\mathbf{e}_n))$

Egenvektor v og egenverdi λ: $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$

Betingelse for egenverdi: $\det(\lambda I_n - A) = 0$