i

Informasjon

Velkommen til midtveiseksamen i MAT 1110 fredag 20. mars 2020 kl. 14.30-16.30

Hjelpemidler: Ingen.

Eksamen består av 15 oppgaver som alle teller likt.

Vedlegg: Formelsamlingen for MAT 1110 (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Lykke til!

1

Buelengde

En kurve i $\mathbb{R}^3$ er parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3/3, 2t), 0 \leq t \leq 1$. Da er buelengden til kurven

Velg ett alternativ

- 3
- $7/3$
- $5/3$
- 1
- 2

Maks poeng: 2

2 Linearisering

La $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være definert ved

$$\mathbf{F}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy + z \\ z^2 + yz \end{pmatrix}$$

Lineariseringen til $\mathbf{F}$ i punktet $(2, 2, 2)$ er da

Velg ett alternativ

- $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Maks poeng: 2

3 Lineære kombinasjoner

La $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. Vektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Velg ett alternativ

- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$
- kan ikke skrives som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$
- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$
- kan skrives som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ på uendelig mange forskjellige måter
- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_1$

Maks poeng: 2

4

Redusert trappeform

La $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Hvilken påstand er sann?

Velg ett alternativ

- Determinanten til A er 0
- Den reduserte trappeformen til A har to pivotsøyler
- Likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har uendelig mange løsninger
- Likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har en entydig løsning for alle valg av $\mathbf{b}$
- Søylene i A er lineært avhengige

Maks poeng: 2

5

Egenverdier

Egenverdiene til matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ er

Velg ett alternativ

- 1, 3, og 5
- 1, 2, og 4
- 0, 1, og 2
- -1,-2, og -4
- 1 og 3

Maks poeng: 2

6

Vektorfelt

Vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x + yz, 2y + 2xz, 2z + xy)$ definert i $\mathbb{R}^3$

Velg ett alternativ

- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^2y^2z^2 + xyz$
- er konservativt men har ingen potensialfunksjon
- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xyz$
- er ikke konservativt
- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz$

Maks poeng: 2

7

Linjeintegraler

La $\mathcal{C}$ være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = \left(t^3, t^2, 3t\right), 0 \leq t \leq 1$, og la $f(x, y, z) = 36x + \frac{8}{3}z$. Da blir $\int_{\mathcal{C}} f \, ds$

Velg ett alternativ

- 13
- $\frac{44}{3}\sqrt{22} - 18$
- $\sqrt{22} - 9$
- $6\sqrt{5} - 3$
- $3\sqrt{7} - 2$

Maks poeng: 2

8

Linjeintegral over vektorfelt

La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy + 2z)$, og la $\mathcal{C}$ være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t, t^2), 0 \leq t \leq 2\pi$. Da er linjeintegralet $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik

Velg ett alternativ

- $4\pi^2$
- 0
- 2π
- 1
- $16\pi^4$

Maks poeng: 2

9

Egenvektorer

Matrisen $A = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.4 \\ 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$ har

Velg ett alternativ

- ikke to lineært uavhengige egenvektorer
- egenvektorer $(-4, 1)$ og $(1, 1)$
- egenvektorer $(1, 3)$ og $(-2, 1)$
- egenvektorer $(-1, 1)$ og $(4, 1)$
- egenvektorer $(0.9, 0.1)$ og $(0.4, 0.6)$

Maks poeng: 2

10
Lineære likningssystemer

Vi ser på likningssystemet

$$\begin{aligned} x+2y &= 2 \\ 2x+3y &= 7 \\ 2x-y &= a \end{aligned}$$

For hvilken verdi av a har systemet en entydig løsning?

Velg ett alternativ

- 8
- 0
- 19
- Det finnes ingen slik a
- 2

Maks poeng: 2

11
Kjeglesnitt

Likningen $9y^2 - 54y - 4x^2 + 16x + 29 = 0$ beskriver

Velg ett alternativ

- en hyperbel med sentrum $(2, 3)$ og asymptoter $y = 3 \pm \frac{2}{3}(x-2)$.
- en ellipse med sentrum $(2, 2)$, og halvakser 2 og 3
- en ellipse med sentrum $(2, 3)$ og halvakser 4 og 9
- den tomme mengde (ingen punkter tilfredsstiller likningen)
- en hyperbel med sentrum $(2, 3)$ og asymptoter $y = 3 \pm \frac{3}{2}(x-2)$

Maks poeng: 2

12

Dobbeltintegraler

Dobbeltintegralet $\int\int_A \frac{y}{x}e^{x^2+y^2}\ dxdy$ over området A beskrevet ved $1 \leq x^2+y^2\ \leq 4$ og $y \geq -x$ og $y \leq x$ er

Velg ett alternativ

- $\ln 2$
- 0
- 2π
- $\frac{1}{2}e(e^3-1)\frac{\ln 2}{2}$
- 2

Maks poeng: 2

13

Trippelintegraler

Trippelintegralet $\int\int\int_A 24xy^2z^3\ dxdydz$ over rektanglet $R=[0,3]\times[0,2]\times[0,1]$ er

Velg ett alternativ

- 36
- 288
- 8
- 118
- 72

Maks poeng: 2

14 Uegentlige integraler

Det uegentlige integralet $\int\int_A \frac{y}{x^4} dxdy$, der A er mengden av punkter i planet beskrevet ved $y \geq 0$, $x \geq 1$, og $xy \leq 1$,

Velg ett alternativ

- divergerer
- er lik $5/3$
- er lik $1/10$
- er lik $2/3$
- er lik 1

Maks poeng: 2

15 Skifte integrasjonsrekkefølge

Hvis vi bytter integrasjonrekkefølgen i $\int_1^2 \left[\int_{1/x}^{(3-x)/2} xe^{x^2y}\, dy\right]\, dx$ får vi

Velg ett alternativ

- $\int_{1/2}^{3/2} \left[\int_{3-2y}^{1/y} xe^{x^2y}\, dx\right]\, dy$
- $\int_0^1 \left[\int_{1-2y}^{1/y} xe^{x^2y}\, dx\right]\, dy$
- $\int_{1/2}^1 \left[\int_{1/y}^{3-2y} xe^{x^2y}\, dx\right]\, dy$
- $\int_1^2 \left[\int_{1-2y}^{1/y} xe^{x^2y}\, dx\right]\, dy$
- $\int_{1/2}^1 \left[\int_{3-2y}^{1/y} xe^{x^2y}\, dx\right]\, dy$

Maks poeng: 2