

# Fasit til utvalgte oppgaver MAT1110, uka 15-19/2

Øyvind Ryan (oyvindry@ifi.uio.no)

February 19, 2010

## Oppgave 3.6.1

Vi ser på ligningen

$$4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0.$$

Vi fullfører kvadratene:

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 8x + 16) - 64 + 9(y^2 - 2y + 1) - 9 + 37 &= 0 \\ 4(x + 4)^2 + 9(y - 1)^2 &= 36 \\ \frac{(x + 4)^2}{3^2} + \frac{(y - 1)^2}{2^2} &= 1. \end{aligned}$$

Ser fra Setning 3.6.3 at dette er en ellipse med sentrum i  $(-4, 1)$  og halvaksler  $a = 3$  og  $b = 2$ . Siden  $a > b$  har vi at brennvidden er gitt ved

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

Brennpunktene blir da  $(-4, 1) \pm (\sqrt{5}, 0)$ , som blir  $(-4 - \sqrt{5}, 1)$  og  $(-4 + \sqrt{5}, 1)$ .

## Oppgave 3.6.2

Vi ser på ligningen

$$y^2 - 4x - 2y - 7 = 0.$$

Vi fullfører det ene kvadratet:

$$(y - 1)^2 - 4x - 8 = 0,$$

som også kan skrives  $(y - 1)^2 = 4(x + 2)$ . Fra setning 3.6.1 har vi at dette er en parabel med toppunkt  $(-2, 1)$  med brennvidde 1. Brennpunktet er  $(-1, 1)$ .

## Oppgave 3.6.3

Vi fullfører kvadratene i likningen:

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - 2x + 4y - 7 &= x^2 - 2x + 1 - y^2 + 4y - 4 - 1 + 4 - 7 \\ &= (x - 1)^2 - (y - 2)^2 - 4 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Derfor har vi at  $\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-2)^2}{2^2} = 1$ . På grunn av Setning 3.6.5 fremstiller derfor likningen en hyperbel med halvakse 2, og med åpning mot venstre/høyre. Brennvidden blir

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Sentrum i hyperbelen er  $(1, 2)$ . Brennpunkter blir  $(1, 2) \pm (2\sqrt{2}, 0)$ , som blir  $(1 - 2\sqrt{2}, 2)$  og  $(1 + 2\sqrt{2}, 2)$ . Asymptotene er  $y = \pm(x - 1) + 2$ .

### Oppgave 3.6.4

Vi fullfører kvadratene i likningen:

$$\begin{aligned} & 16y^2 - 9x^2 + 32y + 54x - 209 \\ &= 16y^2 + 32y + 16 - 9x^2 + 54x - 81 - 16 + 81 - 209 \\ &= 16(y+1)^2 - 9(x-3)^2 - 144 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Derfor har vi at  $\frac{16}{144}(y+1)^2 - \frac{9}{144}(x-3)^2 = \frac{(y+1)^2}{3^2} - \frac{(x-3)^2}{4^2} = 1$ . På grunn av Setning 3.6.5 fremstiller derfor likningen en hyperbel med halvakse  $b = 3$ , og med åpning opp/ned. Sentrum i hyperbelen blir  $(3, -1)$ . Brennvidden blir

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Brennpunkter blir  $(3, -1) \pm (0, 5)$ , som blir  $(3, 4)$  og  $(3, -6)$ . Asymptotene blir  $y = \frac{3}{4} \pm (x - 3) - 1$ .

### Oppgave 3.6.8

Vi skal se på likningen til tangenten i  $(x_0, y_0)$  på ellipsen  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Deriverer vi begge sider med hensyn på  $x$  i punktet  $x_0$  får vi at

$$\frac{2x_0}{a^2} + \frac{2y_0 y'(x_0)}{b^2} = 0.$$

Vi ser da at  $y'(x_0) = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}$ . Likningen for tangen blir da

$$\begin{aligned} y &= y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \\ &= -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}(x - x_0) + y_0 \\ &= -\frac{b^2 x_0 x}{a^2 y_0} + \frac{b^2 x_0^2}{a^2 y_0} + y_0 \\ &= -\frac{b^2 x_0 x}{a^2 y_0} + \frac{b^2}{y_0} \left( \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} \right) \\ &= -\frac{b^2 x_0 x}{a^2 y_0} + \frac{b^2}{y_0}. \end{aligned}$$

Flytter vi over på venste side og ganger opp får vi

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1,$$

som var det vi skulle vise.

### Oppgave 3.6.10

Den korteste veien fra et punkt  $P$ , via parabelen, til brennpunktet  $F$ , finner du ved å trekke en linje fra punktet mot  $l$  som står vinkelrett på  $l$ . For å se dette, la veien fra  $P$  til  $F$  punktet  $Q$  på parabelen. Da er den totale veien gitt ved  $|PQ| + |QF|$ . Dette er mindre enn eller lik avstanden fra  $P$  til styrelinjen  $l$ , med likhet kun når  $P$  og  $Q$  ligger på en linje parallell med parabelens akse (siden korteste vei mellom et punkt og en linje er en rett linje). Korteste veien inntreffer altså når vi beveger oss fra  $P$  parallelt med parabelens akse.

### Oppgave 3.6.11

Lyset bruker like lang tid fra  $A$  til  $B$  som fra  $A'$  til  $B'$ . For å se dette, skriv lengden lyset tilbakelegger fra  $A$  til  $B$  som

$$|AA_0| + |A_0F| + |FB_0| + |B_0B|,$$

der  $A_0$  er første refleksjonspunkt på parabelen,  $B_0$  er andre refleksjonspunkt på parabelen. Men dette kan også skrives

$$|AA_0| + |A_0A_l| + |B_0B_l| + |B_0B| = |AA_l| + |BB_l|,$$

der vi har brukt at avstanden fra et punkt på parabelen til brennpunktet er lik avstanden fra punktet til styrelinjen  $l$ , og der  $A_l$  og  $B_l$  er punktene på linjen  $l$  nærmest  $A$  og  $B$ . det er klart at  $|AA_l| + |BB_l|$  er lik det dobbelte av avstanden fra linjen  $m$  til linjen  $l$ , uansett hvilket punkt  $A$  vi starter i, slik at lyset bruker like lang tid fra  $A$  til  $B$  som fra  $A'$  til  $B'$ .

### Oppgave 3.6.12

a)

Det er to trykkfeil i oppgaveteksten her. Linjestykket  $F_2Q$  skal være linjestykket  $F_2A$ , og  $|AF_1|$  skal være  $|BF_1|$ . Vi har at

$$\begin{aligned} |BF_1| + |BF_2| &= 2a \text{ (siden } B \text{ er definert til å ligge på parabelen)} \\ |AB| + |BF_2| &= 2a \text{ (ved definisjonen av } A\text{)}. \end{aligned}$$

$|AB| = |BF_1|$ , som er det vi skal vise, følger umiddelbart ved å trekke disse likningene fra hverandre.

b)

$t$  består av alle punkter  $Q$  like langt fra  $A$  og  $F_1$ , det vil si at  $|AQ| = |QF_1|$ . Fra a) er  $B$  et slikt punkt, slik at  $B$  ligger på  $t$ .

c)

Hvis  $C$  ligger på  $t$  har vi at  $|CF_1| = |CA|$ . Hvis  $C \neq B$  får vi

$$\begin{aligned} |F_2C| + |CF_1| &= |F_2C| + |CA| \\ &> |F_2A| \\ &= 2a, \end{aligned}$$

der  $|F_2A| = 2a$  kommer fra definisjonen av  $A$ , og der  $|F_2C| + |CA| > |F_2A|$  følger av at den korteste vei fra  $F_2$  til  $A$  er en rett linje, og at  $C$  ikke ligger på den rette linjen mellom  $A$  og  $F_2$  når  $C \neq B$ .

d)

Vi vet at

- $B$  ligger på ellipsen per definisjon,
- fra b) at  $B$  ligger på  $t$ ,
- fra c) at alle andre punkter på  $t$  ligger utenfor ellipsen.

Fra disse opplysningene er det klart at  $t$  tangerer ellipsen i  $B$ .

### Oppgave 3.7.2

a)

Vi setter  $f(x,y) = 2x^2 + y^2$ .

- $2x^2 + y^2 = c$  gir ellipse med store halvakse  $\sqrt{c}$ , lille halvakse  $\sqrt{\frac{c}{2}}$ .
- Skjæring med  $xz$ -planet:  $z = 2x^2$ .
- Skjæring med  $yz$ -planet:  $z = y^2$ .

b)

$y^2 - x = c$  gir en nivåkurve som er en "liggende parabel". Toppunktet blir i  $(c, 0)$ .

c)

Vi setter  $f(x,y) = \sin(x^2 + y^2)$ .

- $\sin(x^2 + y^2) = c$  gir at  $x^2 + y^2 = \arcsin c$ .
- Når  $0 < c < 1$  så er dette en sirkel med radius  $\sqrt{\arcsin c}$ .
- For  $c = 0$  er det bare punktet  $\mathbf{0}$ .
- Nivåkurvene inneholder ingen punkter når  $c > 1$  eller  $c < 0$ .
- Skjæring med  $xz$ -planet: Setter vi  $y = 0$  får vi at  $z = \sin(x^2)$ .

### Oppgave 3.7.3 a)

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{r}.$$

### Oppgave 3.7.3 b)

$f(x,y) = \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{r \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{r} \cos \theta$ . Holder vi  $\theta$  konstant, ser vi at vi får hyperbelen  $z = \frac{\cos \theta}{r}$ . Dette hjelper oss til å kunne tegne opp flaten.

Nivåkurvene er her sirkler: Setter vi  $c = \frac{x}{x^2 + y^2}$  får vi at  $x^2 + y^2 = \frac{x}{c}$ . Det er her greit at vi fullfører kvadratet i  $x$  for å se at vi får sirkler som er nivåkurver.

### Oppgave 3.7.4 a)

Sylinderkoordinater:

$$f(x,y,z) = (x^2 + y^2)e^{-z^2} = r^2 e^{-z^2}.$$

Kulekoordinater:

$$f(x,y,z) = (\rho^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi + \rho^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi)e^{-\rho^2 \cos^2 \phi} = \rho^2 \sin^2 \phi e^{-\rho^2 \cos^2 \phi}.$$

Begge typene koordinater er like informativt her, siden poenget er at funksjonen ikke avhenger av  $\theta$ , som er en av koordinatene som brukes i både kulekoordinater og sylinderkoordinater.

### Oppgave 3.7.4 b)

Sylinderkoordinater:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{1}{r^2 + z^2}.$$

Kulekoordinater:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\rho^2}.$$

Kulekoordinater er mest informativt her, siden  $\phi$  og  $\theta$  ikke inngår i uttrykket for  $f$ .

### Oppgave 3.7.5 a)

Vi har  $f(x, y) = x^2y$ , og skal finne tangentplanet i  $(1, -2)$ .

Vi har at  $f(1, -2) = -2$ , og at  $\nabla f(1, -2) = (-4, 1)$ . Ligningen for tangentplanet blir dermed

$$\begin{aligned} z &= f(1, -2) + \frac{\partial f}{\partial x}(1, -2)(x - 1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1, -2)(y + 2) \\ &= -2 - 4(x - 1) + (y + 2) \\ &= -4x + y + 4. \end{aligned}$$

### Oppgave 3.9.1

Vi ser på paraboloiden  $z = x^2 + y^2$ . Parametrisering med vanlige koordinater er

$$\mathbf{r}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$$

for  $x, y \in \mathbb{R}$ . Siden  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , og  $x^2 + y^2 = r^2$ , så blir en parametrisering med polarkoordinater

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(r, \theta) &= r \cos \theta \mathbf{i} + r \sin \theta \mathbf{j} + (r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta) \mathbf{k} \\ &= r \cos \theta \mathbf{i} + r \sin \theta \mathbf{j} + r^2 \mathbf{k} \end{aligned}$$

med  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $r \geq 0$ .

### Oppgave 3.9.2

Området i første oktant som ligger på kuleflaten kan beskrives i kulekoordinater ved  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = 2$ . En parametrisering ved kulekoordinater blir derfor

$$\mathbf{r}(\phi, \theta) = (2 \cos \theta \sin \phi, 2 \sin \theta \sin \phi, 2 \cos \phi), \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}.$$

### Oppgave 3.9.5

Vi kan skrive

$$\mathbf{r}(y, z) = (\sqrt{y^2 + z^2}, y, z).$$

### Oppgave 3.9.8

Skjæringen mellom kjeglen og kulen kan vi finne ved å løse

$$z^2 = 3(x^2 + y^2) = 3(4 - z^2),$$

som gir at  $4z^2 = 12$ , og at  $z = \pm\sqrt{3}$ . Siden vi er interessert i en del over  $xy$ -planet må vi ha at  $z = \sqrt{3}$ . Da er  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 + z^2 = r^2 + 3 = 4$ , slik at  $r = 1$ . Dette svarer til at vinkelen  $\phi$  er gitt ved  $\arcsin(r/2) = \arcsin(1/2) = \frac{\pi}{6}$ . Det er dermed klart at følgende er en parametrisering av området i kulekoordinater:

$$\mathbf{r}(\theta, \phi) = (2 \cos \theta \sin \phi, 2 \sin \theta \sin \phi, 2 \cos \phi), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{6}.$$

### Matlab-kode

```
% Oppgave 3.7.2 a)
r=-2:0.05:2;
s=-2:0.05:2;
[x,y]=meshgrid(r,s);
z=2*x.^2+y.^2;
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.2a')
```

```
% Oppgave 3.7.2 b)
z=y.^2-x;
figure(2)
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.2b')
```

```
% Oppgave 3.7.2 c)
r=-4:0.1:4;
s=-4:0.1:4;
[x,y]=meshgrid(r,s);
z=sin(x.^2+y.^2);
figure(3)
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.2c')
```

```
% Oppgave 3.7.2 d)
r=-5:0.05:5;
s=-5:0.05:5;
[x,y]=meshgrid(r,s);
z=x.^2 - 4*y.^2;
figure(4);
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.2d');
```

```
% Oppgave 3.7.2 e)
r=-5:0.05:5;
s=-5:0.05:5;
[x,y]=meshgrid(r,s);
figure(5);
z=log(x.*y);
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.2e');
```

```
% Oppgave 3.7.3 a)
u=-0.5:0.03:0.5;
v=-0.5:0.03:0.5;
[x,y]=meshgrid(u,v);
```

```

z=1./sqrt(x.^2 + y.^2);
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.3a')

```

```

% Oppgave 3.7.3 b)
u=-0.5:0.03:0.5;
v=-0.5:0.03:0.5;
[x,y]=meshgrid(u,v);
z=x./(x.^2 + y.^2)
figure(2)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3b')

```

```

% Oppgave 3.7.3 c)
u=-0.5:0.03:0.5;
v=-0.5:0.03:0.5;
[x,y]=meshgrid(u,v);
z=y./x;
figure(3)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3c')

```

```

% Oppgave 3.7.3 d)
u=-1:0.05:1;
v=-1:0.05:1;
[x,y]=meshgrid(u,v);
figure(4)
z=x.^2-4*y.^2
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3d')

```

```

% Oppgave 3.7.3 e)
u=-1:0.05:1;
v=-1:0.05:1;
[x,y]=meshgrid(u,v);
figure(5)
z=exp(x.*y)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3e')

```

```

% Oppgave 3.7.6
r=-2:0.02:2;
s=-2:0.02:2;
[x,y]=meshgrid(r,s);
z=x.^2.*y./(x.^2+y.^2);
figure(6)
mesh(x,y,z)
hold on
t=linspace(0,2,100);
plot3(t,t.^2,0.5*ones(1,length(t)))
title('Oppgave 3.7.6')
hold off
figure(7)
contour(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.6')
contour(x,y,z,[0.5 0.5]);
title('Oppgave 3.7.6')

```

```

% Oppgave 3.8.1 a)
r=linspace(0,2*pi,30);

```

```

s=linspace(0,2*pi,30);
[x,y]=meshgrid(r,s);
u=cos(x);
v=sin(x);
figure(8)
quiver(x,y,u,v);
title('Oppgave 3.8.1a');
figure(9)
streamline(x,y,u,v,0,1);
hold on
streamline(x,y,u,v,0,0.5);
title('Oppgave 3.8.1a');
hold off

% Oppgave 3.8.1 b)
r=linspace(-0.3,0.3,30);
s=linspace(-0.3,0.3,30);
[x,y]=meshgrid(r,s);
u=-x./(x.^2+y.^2).^(3/2);
v=-y./(x.^2+y.^2).^(3/2);
figure(10)
quiver(x,y,u,v)
title('Oppgave 3.8.1b');
figure(11)
streamline(x,y,u,v,-0.3,0.3);
hold on
streamline(x,y,u,v,0.3,0.3);
title('Oppgave 3.8.1b');
hold off

% Oppgave 3.8.1 c)
r=linspace(-2,2,30);
s=linspace(-1,1,30);
[x,y]=meshgrid(r,s);
u=(1-x)/((x-1).^2+y.^2) + (1+x)/((x+1).^2+y.^2);
v=-y/((x-1).^2+y.^2) + y/((x+1).^2 + y.^2);
figure(12)
quiver(x,y,u,v)
title('Oppgave 3.8.1c');
figure(13)
streamline(x,y,u,v,1.5,1);
hold on
streamline(x,y,u,v,0.5,1);
title('Oppgave 3.8.1c');
hold off

```

```

% Oppgave 3.8.3 a)
r=-2:0.25:2; %lager oppdeling av x-aksen
s=-2:0.25:2; %lager oppdeling av y-aksen
[x,y]=meshgrid(r,s);
u=3.*x-y;
v=x+2.*y;
figure(14)
plot(u,v,u',v')
title('Oppgave 3.8.3a');

% Oppgave 3.8.3 b)
r=0:0.25:5;
s=0:0.25:(2*pi);
[x,y]=meshgrid(r,s);
u = x.*cos(y);
v = x.*sin(y);
figure(15)
plot(u,v,u',v');
title('Oppgave 3.8.3b');

```



```

% Oppgave 3.8.3 c)
u=sqrt(x./y);
v=sqrt(x.*y);
figure(16)
plot(u,v,u',v');
title('Oppgave 3.8.3c');

```

```

% Oppgave 3.9.11

r=-1:0.05:1;
s=0:0.05:3;
[u,v]=meshgrid(r,s);
figure(17)
mesh(u.*v.^2,u,sin(u.*v))
title('Oppgave 3.9.11');

```

```

% Oppgave 10.1
function ret=oppg101(a,b,c,d)
    ret = a*d-b*c;

```

```

% Oppgave 10.2
function [x,y]=oppg102(a,b,c,d,e,f)
    determinant = oppg101(a,b,c,d);
    if determinant ~=0
        v = [a b;c d]\[e; f];
        x=v(1);
        y=v(2);
    else
        disp('Likningssettet har ikke entydig løsning');
    end

```

## Python-kode

```

# Oppgave 3.7.2 a)
r=arange(-2,2,0.05,float)
s=arange(-2,2,0.05,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
z=2*x**2+y**2
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.2a')

# Oppgave 3.7.2 b)
z=y**2-x
figure(2)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.2b')

# Oppgave 3.7.2 c)
r=arange(-4,4,0.01,float)

```

```

s=arange(-4,4,0.01,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
z=sin(x**2+y**2)
figure(3)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.2c')

# Oppgave 3.7.2 d)
r=arange(-5,5,0.05,float)
s=arange(-5,5,0.05,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
z=x**2 - 4*y**2
figure(4)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.2d')

# Oppgave 3.7.2 e)
r=arange(-2,2,0.05,float)
s=arange(-2,2,0.05,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
figure(5)
z=log(x*y)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.2e')

```

```

# Oppgave 3.7.3 a)
u=arange(-0.5,100,0.03,float)
v=arange(-0.5,0.5,0.03,float)
x,y=meshgrid(u,v,sparse=False,indexing='ij')
z=1.0/sqrt(x**2+y**2)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3a')

# Oppgave 3.7.3 b)
u=arange(-0.5,0.5,0.03,float)
v=arange(-0.5,0.5,0.03,float)
x,y=meshgrid(u,v,sparse=False,indexing='ij')
z=x/(x**2+y**2)
figure(2)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3b')

# Oppgave 3.7.3 c)
u=arange(-0.5,0.5,0.03,float)
v=arange(-0.5,0.5,0.03,float)
x,y=meshgrid(u,v,sparse=False,indexing='ij')
z=y/x
figure(3)
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.3c')

# Oppgave 3.7.3 d)
u=arange(-1,1,0.05,float)
v=arange(-1,1,0.05,float)
figure(4)
x,y=meshgrid(u,v,sparse=False,indexing='ij')
z=x**2-4*y**2
mesh(x,y,z);
title('Oppgave 3.7.3d')

# Oppgave 3.7.3 e)
u=arange(-1,1,0.05,float)
v=arange(-1,1,0.05,float)
x,y=meshgrid(u,v,sparse=False,indexing='ij')
figure(5)

```

```

z=exp(x*y)
mesh(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.3e')

```

```

from math import *
from numpy import *
from scitools.easyviz import *

# Oppgave 3.7.6
r=arange(-2,2,0.02,float)
s=arange(-2,2,0.02,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
z=x**2*y/(x**2+y**2)
figure(6)
mesh(x,y,z)
hold('on')
t=linspace(0,2,100)
plot3(t,t**2,0.5*ones(100))
title('Oppgave 3.7.6')
hold('off')
figure(7)
contour(x,y,z)
title('Oppgave 3.7.6')
contour(x,y,z,[0.5,0.5])
title('Oppgave 3.7.6')

```

```

from math import *
from numpy import *
from scitools.easyviz import *

# Oppgave 3.8.1 a)
r=linspace(0,2*pi,30)
s=linspace(0,2*pi,30)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
u=cos(x)
v=sin(x)
figure(8)
quiver(x,y,u,v)
title('Oppgave 3.8.1a')
# streamline does not work properly in Python at the moment
# figure(9)
# streamline(x,y,u,v,0,1)
# hold('on')
# streamline(x,y,u,v,0,0.5)
# title('Oppgave 3.8.1a')
# hold('off')

# Oppgave 3.8.1 b)
r=linspace(-0.3,0.3,30)
s=linspace(-0.3,0.3,30)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
u=-x/(x**2+y**2)**(3.0/2)
v=-y/(x**2+y**2)**(3.0/2)
figure(10)
quiver(x,y,u,v)
title('Oppgave 3.8.1b')
# streamline does not work properly in Python at the moment
# figure(11)
# streamline(x,y,u,v,-0.3,0.3)
# hold('on')

```

```

# streamline(x,y,u,v,0.3,0.3)
# title('Oppgave 3.8.1b')
# hold('off')

# Oppgave 3.8.1 c)
r=linspace(-2,2,30)
s=linspace(-1,1,30)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
u=(1-x)/((x-1)**2+y**2) + (1+x)/((x+1)**2+y**2)
v=-y/((x-1)**2+y**2) + y/((x+1)**2 + y**2)
figure(12)
quiver(x,y,u,v)
title('Oppgave 3.8.1c')
# streamline does not work properly in Python at the moment
# figure(13)
# streamline(x,y,u,v,1.5,1)
# hold('on')
# streamline(x,y,u,v,0.5,1)
# title('Oppgave 3.8.1c')
# hold('off')

```

```

from math import *
from numpy import *
from scitools.easyviz import *

# Oppgave 3.8.3 a)
r=arange(-2,2,0.25,float) # lager oppdeling av x-aksen
s=arange(-2,2,0.25,float) # lager oppdeling av y-aksen
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
u=3*x-y
v=x+2*y
figure(14)
plot(u,v,u.T,v.T)
title('Oppgave 3.8.3a')

# Oppgave 3.8.3 b)
r=arange(0,5,0.25,float)
s=arange(0,2*pi,0.25,float)
x,y=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')
u = x*cos(y)
v = x*sin(y)
figure(15)
plot(u,v,u.T,v.T)
title('Oppgave 3.8.3b')

# Oppgave 3.8.3 c)
u=sqrt(x/y)
v=sqrt(x*y)
figure(16)
plot(u,v,u.T,v.T)
title('Oppgave 3.8.3c')

```

```

from math import *
from numpy import *
from scitools.easyviz import *

# Oppgave 3.9.11
r=arange(-1,1,0.05,float)
s=arange(0,3,0.05,float)
u,v=meshgrid(r,s,sparse=False,indexing='ij')

```

```
figure(17)
mesh(u*v**2,u,sin(u*v))
title('Oppgave 3.9.11')
```

```
#Oppgave 10.1
def determinant(a,b,c,d):
    return a*d-b*c
```

```
#Oppgave 10.2
# coding=utf-8
from oppg101 import *
from numpy import *

def oppg102(a,b,c,d,e,f):
    determinant = oppg101(a,b,c,d)
    if determinant !=0:
        v = linalg.solve( matrix([[a,b],[c,d]]) , matrix([[e],[f]]) )
        return v[0,0],v[1,0]
    else:
        print 'Likningssettet har ikke entydig løsning'
```