MAT 1110: OBLIGATORISK OPPGAVE 1, V-2013

1. Informasjon

Innleveringsfrist: Torsdag 21. februar, i 7. etasje i Nils Henrik Abels Hus. Husk å bruke forside - denne finner du på kursets hjemmeside. Erfaringsmessing blir det lange køer både ved skrivere og utenfor ekspedisjonskontoret rett før fristen, så det kan være smart å levere tidlig. Se forøvrig også lenker på kursets hjemmeside for mer informasjon.

Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få tilgang til avsluttende eksamen. For å få godkjent må du ha 60 prosent score. Alle utregninger skal være med, og det legges vekt på god fremstilling. Du kan få uttelling for god fremgangsmåte selv om svaret er galt, men da er det viktig at fremstillingen er klar. Dersom du ikke får obligen godkjent etter første innlevering, får du en siste mulighet dersom det kommer klart frem at du har gjort et ærlig forsøk. Det er lov å samarbeide om å løse oppgavene, men den endelige innleveringen skal være skrevet av deg selv og skal være preget av din personlige forståelse av stoffet. Er vi i tvil om forståelsen, kan vi kalle deg inn til muntlig høring.

I MATLAB-oppgavene, legg ved koden din samt de grafene du er bedt om å tegne. Du kan eventuelt bruke Python.

2. Oppgaven

Vi definerer en avbilding

$$F(x,y) = (f_1(x,y), f_2(x,y)) := (3y^2 + 2xy, x^2 - y^2)$$

(i) Finn Jacobi-matrisen til F i punktet $(1,1)$.

(ii) Finn lineariseringen til F i punktet $(1,1)$.

(iii) Tegn grafen til f_1 eller f_2 over kvadratet $[-2,2] \times [-2,2]$ ved hjelp av datamaskin. Tegn lineariseringen av den funksjonen du valgte i samme vindu (fortsatt i punktet $(1,1)$). Drei bildet rundt til du syns du har en god forståelse av bildet.

(iv) La $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ være en vektor. La g være (den envariable) funksjonen du får ved å restriktere f_1 til linjen utspent av $\mathbf{v}$ og å bevege deg med konstant fart 1 i retning $\mathbf{v}$. Finn et uttrykk for $g'(0)$.

(v) La C_1 være den parametriserte kurven $r(t) = (t, t, f_1(t,t)), t \in [-1,1]$, og la $h(x,y,z) = x$. Regn ut $\int_{C_1} h \cdot ds$.

La G være vektorfeltet $G(x,y,z) = (2y, 6y+2x, z)$, og la C_2 være den parametriserte (lukkete) kurven $r(t) = (cos(t), sin(t), f_2(cos(t), sin(t))), t \in [0, 2\pi]$.

(vi) Regn ut

$$\int_{C_2} G \cdot dr.$$

direkte fra definisjonen av linjeintegraler for vektorfelter.

(vii) Kan du forklare svaret i (vi) på en annen måte?

(viii) Vi ser på Eksempel 9 i Kapittel 3.1. i læreboka, der man har utledet et generelt uttrykk for en parametrisert kurve

$$\mathbf{r}(\mathrm{t}) = (\frac{\mathrm{mu}}{\mathrm{k}}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{kt}}{\mathrm{m}}}, -\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}\mathrm{t} + (\frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{k}} + \frac{\mathrm{m}^2\mathrm{g}}{\mathrm{k}^2})(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{kt}}{\mathrm{m}}})),$$

som avhenger av konstanter m, k og en vektor $\mathbf{x} = (\mathrm{u}, \mathrm{v})$.

Lag et script i MATLAB som ved kommandoen kast(m,k,u,v,n) tegner kurven $r(t)$ for $t \in [0, n]$ med parametere m, k, u, v. Legg ved utskrifter for tre valg av forskjellige parametere.

February 7, 2013