MAT 1110: OBLIGATORISK OPPGAVE 2, V-2014

1. Informasjon

Innleveringsfrist: Onsdag 30. april, 14:30. All MATLAB-kode (eller annen kode) skal leveres i Devilry; du kan velge selv om resten av obligen leveres i Devilry eller som vanlig i 7. etasje i Nils Henrik Abels Hus. Husk å bruke forside - denne finner du på kursets hjemmeside. Erfaringsmessing blir det lange køer både ved skrivere og utenfor ekspedisjonskontoret rett før fristen, så det kan være smart å levere tidlig. Se forøvrig også lenker på kursets hjemmeside for mer informasjon.

Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få tilgang til avsluttende eksamen. For å få godkjent må du ha 60 prosent score. Alle utregninger og begrunnelser skal være med, og det legges vekt på god fremstilling. Du kan få uttelling for god fremgangsmåte selv om svaret er galt, men da er det viktig at fremstillingen er klar. Dersom du ikke får obligen godkjent etter første innlevering, får du en siste mulighet dersom det kommer klart frem at du har gjort et ærlig forsøk. Det er lov å samarbeide om å løse oppgavene, men den endelige innleveringen skal være skrevet av deg selv og skal være preget av din personlige forståelse av stoffet. Er vi i tvil om forståelsen, kan vi kalle deg inn til muntlig høring.

I MATLAB-oppgaveneskal du legge ved koden din, og du skal legge ved alle kjøreeksemplene. Du kan eventuelt bruke Python.

2. Oppgaven

La A_a være matrisen

$$A_a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & a^2+a \\ 3 & 6 & a & a-6 \end{pmatrix}$$

der $a \in \mathbb{R}$.

Oppgave 1: Definer a som en symbolsk variabel i MATLAB, og dann matrisen A_a.

a) Radreduser A_a i MATLAB ved å bruke komandoen $rref(A)$. Hvor mange lineært uavhengige søyler ser det ut til at A_a har for ulike verdier av a?

b) Radreduser A_a for hånd. Hvor mange lineært uavhengige søyler ser det nå ut til at A har for ulike verdier av a. Sammenlign med a). Hvilket svar tror du er riktig?

c) La B_a være matrisen

$$B_a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & a \end{pmatrix}$$

der $a \in \mathbb{R}$, og la $\mathbf{b_a} = (1, a^2 + a, a - 6)$. Finn alle løsningene til ligningen $B_a\mathbf{x} = \mathbf{b_a}$ for alle verdier av a.

Oppgave 2: La S være det begrensete området i $\mathbb{R}^2$ avgrenset av y-aksen og grafene $y = e^x, y = 2e^{5x}$ og $y = 1/x$.

a) Estimere det minste rektangelet $A = [a, b] \times [c, d]$ som inneholder området S. Du vil trenge å finne noen av hjørnene nummerisk.

b) Definer en passende inline-funksjon f i MATLAB (se side 436 i læreboka), og estimer integralet

$$\int\int_S x^2 y \sin(xy) dxdy.$$

ved å regne ut integralet

$$\int\int_A f(x, y) dxdy.$$

ved hjelp av kommandoen "dblquad" i MATLAB.

c) Rent teoretisk burde det være unødvendig å finne kvadratet i a) først; man burde kunne bruke et hvilket som helst kvadrat som er stort nok. Definer kvadratene $A_1 = [0, 5] \times [1, 10]$, $A_2 = [0, 7] \times [1, 15]$ og $A_3 = [0, 20] \times [1, 30]$, og regn ut integralene

$$\int\int_{A_i} f(x, y) dxdy.$$

for $i = 1, 2, 3$ i MATLAB. Sammenlign alle integralene; også med det i b). (Hvis du har lyst, prøv også kommandoene "integral2" eller "quad2d", og sammenlign svarene.)

Oppgave 3: La $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ være en lineær avbilding. Vi definerer *nullrommet* til T til å være

$$\text{Null}(T) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : T(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}.$$

a) Finn en lineæravbilding $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^2$ slik at $\mathrm{Null}(T) = \{(x_1, ..., x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_4 = x_5 = 0\}$.

b) La $\mathbf{v}_1, \mathbf{v_2}, \mathbf{v_3} \in \mathbb{R}^5$ være lineært uavhengige vektorer. Vis at det fins en invertibel (5×5)-matrise A slik at $A\mathbf{v_j} = \mathbf{e_j}$ for $j = 1, 2, 3$.

c) La $\mathbf{v}_1, \mathbf{v_2}, \mathbf{v_3} \in \mathbb{R}^5$ være lineært uavhengige vektorer. Vis at det fins en lineæravbildilding $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^2$ slik at $\mathrm{Null}(T) = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$.

d) La $\mathbf{v}_1 = (1, 3, 1, 5, 1), \mathbf{v}_2 = (2, 2, 1, 4, 1)$ og $\mathbf{v}_3 = (1, 3, 1, 3, 1)$ være vektorer i $\mathbb{R}^5$. Sjekk at disse vektorene er lineært uavhengige og finn en lineær avbilding $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^2$ slik at $\mathrm{Null}(T) = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$.

April 10, 2014