7.) $3x^2+y^2-6x+4y+16=0$

Fullfører kvadrat:

$$3(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)+16-3-4=0$$

$$3(x-1)^2+(y+2)^2=-9$$

$$\underbrace{\underbrace{-\underbrace{\frac{(x-1)^2}{3}}_{\geq 0}}_{\leq 0}\ \underbrace{-\underbrace{\frac{(y+2)^2}{9}}_{\geq 0}}_{\leq 0}}_{\leq 0} = \underbrace{1}_{>0}$$

$\Downarrow$

Ingen løsninger ⇒ Er ikke kjeglesnitt!

12.) a) Vis: $|AB| = |BF_1|$: Vi har at:

Def. av ellipse

$|BF_1| + |BF_2| = 2a$ (B er på ellipsen!)

$|AB| + |BF_2| = 2a$ (def. av A)

Så $|AB| = |BF_1|$ (trekke ligninger fra hverandre)

Def. av midtnormal

Vis: B er på t

b) t er alle pkt. Q som er like langt fra A og F_1, dvs. $|AQ| = |QF_1|$. Fra A er B et slikt pkt ⇒ B er på t.

siden $|AB| = |BF_1|$

midtnormal

$\neq B$

La C være på t: Vis:

c) Hvis C er på t er $|CF_1| = |CA|$ (def av t).

Siden $C \neq B$ er

$$|F_2C| + |CF_1| = |F_2C| + |CA| > |F_2A| \underset{\text{def. }A}{=} 2a$$

Korteste vei fra F_2 til A er rett linje, C ligger ikke på denne siden $C \neq B$

$|F_2C| + |CF_1| = |F_2C| + |CA| > 2a$

d) Vet: → B er på ellipsen (per def.)

→ B er på t (fra b)

→ Alle andre pkt. på t er utenfor ellipsen (fra c))

: t

gerer

psen i B

Per def. av tangent vil da t tangere ellipsen i B.

13.) a) En ellipse m/ store halvakse a og br. pkt. F_1, F_2 er alle pkt. P der $|PF_1| + |PF_2| = 2a$.

Dvs. at A og B er br. pkt. og $2a = 34 \Rightarrow$

$A = 17$. Brennvidden c er halve avstanden mellom A og B, dvs $\frac{20}{2} = 10$. Dermed, fra Set. 3.6.3 er

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17^2 - 10^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$$

b) $D = (0, -d)$. $d>0$ Fra figur. Avstand til B er

$$\underbrace{\sqrt{16^2 + (12+d)^2}}_{\boxed{\text{avst. til B}}} = \underbrace{34}_{\text{lengde tau}} \quad \} \text{ Løser for } d$$

di-

ne til

!

$|\underbrace{(\ldots,12)}_{B} - \underbrace{(0,-d)}_{D}|$

$$16^2 + (12+d)^2 = 34^2$$

$$(12+d)^2 = 34^2 - 16^2$$

$$12 + d = \pm\sqrt{34^2 - 16^2} = \pm 30$$

$$\Downarrow$$

$$d = 18$$

NB

$d = -42$ går ikke pga < 0

$\Rightarrow D = \underline{\underline{(0, -18)}}$