UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT1110 PRØVE — Kalk og linalg, prøveksamen.
Eksamensdag:	tidlig i juni 2017
Tid for eksamen:	15:00 – 19:00
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	"Godkjent" kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

La punktet (x, y) ligge på ellipsen E med ligning

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

1a

Finn ligningen for tangenten til ellipsen gjennom (x_0, y_0) der (x_0, y_0) ligger på E og $x_0 > 0$, $y_0 > 0$.

1b

Finn skjæringspunktene til tangenten med x-aksen og y-aksen. Vi kaller disse X og Y.

1c

Finn det minste arealet trekanten med hjørner X, Y og origo kan ha.

Oppgave 2

2a

Finn Taylorrekka til funksjonen

$$f(x) = x^2 e^{3x}$$

utviklet i punktet $a = 0$, og begrunn at rekken konvergerer mot $f(x)$ for alle reelle tall x.

(Fortsettes på side 2.)

2b

Bestem tallet $k > 0$ slik at potensrekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n}{k^n} (x-3)^n$$

har konvergensradius 1.

Oppgave 3

En kurve er gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t + \cos(t))\,\mathbf{i} + \sin(t)\,\mathbf{j}, \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Hvor lang er kurven?

Oppgave 4

Betrakt ligningssystemet

$$\begin{aligned} 3x + y + u &= 1 \\ 2x + z + u &= 1 \\ x + y + u &= 1. \end{aligned}$$

4a

Finn den generelle løsningen på systemet.

4b

La $f(x, y, z, u) = x^2 + 2y + z^2 + 4u$. Hva blir den minste verdien til f dersom x, y, z og u løser ligningssystemet?

Oppgave 5

La A være gitt ved

$$A = \left\{(x, y) \;\middle|\; x^2 + 4y^2 < 5 \text{ og } xy > 1\right\}.$$

5a

Skisser A.

5b

Finn

$$\iint_A 2xy\, dxdy.$$

THE END