MAT 1110

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 19. april 2018, klokken 14:30 i Devilry (https://devilry.ifi.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og skanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Merk at:

- Besvarelsen skal leveres som én felles PDF-fil. Denne gang ønsker vi altså ikke separat fil for programmer og kjøringer. Se oppgaveteksten.

Eventuelle scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal innehold navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist
Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgave 1

La $f:\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ være funksjonen definert ved $f(x,y) = \dfrac{1}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 1}$

a) Beregn det uegentlige integralet

$$\iint_{\mathbf{R}^2} f(x,y)\,dxdy$$

b) Forklar at

$$R_n^k = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f(-k + \frac{2ki}{n}, -k + \frac{2kj}{n})\left(\frac{2k}{n}\right)^2$$

er en Riemann-sum for f på kvadratet $[-k,k]\times[-k,k]$ for alle positive hele tall k og n.

c) Skriv et program i Matlab eller Python som beregner R_n^k for gitt k og n. Du skal forklare hvorfor algoritmen din fungerer. (Både forklaringen og kildekoden skal leveres i den samme pdf-en som resten av obligen. Jamfør forsiden.)

d) Finn, ved å kjøre programmet fra c), en verdi av k og en verdi av n slik at R_n^k tilnærmer integralet i a) med feil mindre enn 1/10. Inkluder pdf av kjøringen i besvarelsen.

Oppgave 2

Planeten Solaris har en kuleformet, fast kjerne med radius R. Hele planeten er dekket av et hav med dybde D. Den flytende substansen havet består av, har massetetthet

$$\frac{\alpha}{R+h}$$

i høyde h over havets bunn, for $0 \le h \le D$, der α er en konstant.
Finn massen av havet som dekker planeten.

Oppgave 3

La *M* være en kvadratisk matrise. Anta at $\mathbf{x}$ er en egenvektor for *M* med egenverdi λ, og at $\mathbf{y}$ er en egenvektor for *M* med egenverdi μ, der $\mu \neq \lambda$. La a og b være reelle tall.
Bevis at hvis vektoren $\mathbf{v} = a\mathbf{x} + b\mathbf{y}$ er en egenvektor for *M*, så har vi $a = 0$ eller $b = 0$.
(Du har lov til å bruke resultater som er bevist i pensumlitteraturen.)

SLUTT