Velkommen til midtveiseksamen i MAT 1110 onsdag 27. mars 2019 kl. 09.00-11.00

Hjelpemidler: Ingen. Spesielt er kalkulator ikke tillatt.

Eksamen består av 15 oppgaver som alle teller likt.

Vedlegg: Formelsamlingen for MAT 1110 (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Lykke til!

1 En kurve i $\mathbb{R}^3$ er parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (-\sin(2t), t, \cos(2t))$, $0 \leq t \leq \pi$. Da er buelengden til kurven

Velg ett alternativ

- π
- $\pi\sqrt{2}$
- $2\pi\sqrt{2}$
- $\pi\sqrt{5}$ ✔
- $\sqrt{5}$

Maks poeng: 2

2 La $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være definert ved

$$\mathbf{F}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ x^2 - y^2 \end{pmatrix}$$

Lineariseringen til $\mathbf{F}$ i punktet $(1, -1)$ er da

Velg ett alternativ

- $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix}$ ✔
- $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 2

3

La $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Vektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Velg ett alternativ

- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $-\frac{2}{3}\mathbf{v}_1 + \frac{10}{3}\mathbf{v}_2$ ✔
- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $-\frac{2}{3}\mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2$
- kan ikke skrives som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$
- kan skrives som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ på uendelig mange forskjellige måter
- kan skrives entydig som en lineær kombinasjon av $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ ved $-\frac{2}{3}\mathbf{v}_1 + 3\mathbf{v}_2$

Maks poeng: 2

4

La $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Hvilken påstand er sann?

Velg ett alternativ

- Likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun løsningen $\mathbf{x} = \mathbf{0}$
- Likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger for alle valg av $\mathbf{b}$
- Den reduserte trappeformen til A har kun en pivotsøyle
- Determinanten til A er 0 ✔
- Den reduserte trappeformen til A har tre pivotsøyler

Maks poeng: 2

5

Egenverdiene til matrisen $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ er

Velg ett alternativ

- 2 og 3 ✔
- $\sqrt{3}$ og $\sqrt{2}$
- 2 og 4
- 3 og 4
- 0 og 2

Maks poeng: 2

6 Vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xyz^3, x^2z^3, 3x^2yz^2)$ definert i $\mathbb{R}^3$

Velg ett alternativ

- er ikke konservativt
- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^2yz^3$ ✔
- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^2yz^2$
- er konservativt med potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = xyz^3$
- er konservativt men har ingen potensialfunksjon

Maks poeng: 2

7 La C være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = \left(t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}, \frac{1}{2}t^2\right), 0 \leq t \leq 1$. Da blir $\int_C x^2 ds$

Velg ett alternativ

- $1/2$
- 0
- $3/2$
- 4
- $7/12$ ✔

Maks poeng: 2

8 La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$, og la C være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t), 0 \leq t \leq 2\pi$. Da er linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik

Velg ett alternativ

- $4\pi^2$
- 0
- π^3
- $\frac{1+8\pi^3}{3}$
- $\frac{8\pi^3}{3}$ ✔

Maks poeng: 2

9 Matrisen $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ har

Velg ett alternativ

- ikke to ortonormale egenvektorer
- egenvektorer $(2,1)$ og $(-1,-1)$
- ikke to lineært uavhengige egenvektorer
- egenvektorer $(1,1)$ og $(1,-1)$ ✔
- egenvektorer $(1,2)$ og $(2,-1)$

Maks poeng: 2

10 Vi ser på likningssystemet

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 1 \\ x + 3y &= 3 \\ 6x + 10y &= a \end{aligned}$$

For hvilken verdi av a har systemet en entydig løsning?

Velg ett alternativ

- 8 ✔
- 0
- 2
- 10
- 6

Maks poeng: 2

11 Likningen $9x^2 - 36x + 16y^2 + 64y = 44$ beskriver

Velg ett alternativ

- en ellipse med sentrum $(2,-2)$ og halvakser 3 og 2
- den tomme mengde (ingen punkter tilfredsstiller likningen)
- en ellipse med sentrum $(2,-2)$, og halvakser 4 og 3 ✔
- en hyperbel med sentrum $(-2,2)$.
- en parabel med styrelinje $x = 4$

Maks poeng: 2

12 Dobbeltintegralet $\int\int_A x^2y^2\,dxdy$ over området A beskrevet ved $x^2+y^2 \leq 4$ og $y \geq 0$ er

Velg ett alternativ

- $\pi/2$
- 0
- $4\pi/3$ ✓
- π
- 2π

Hint: Her kan du få bruk for at $\sin(2x) = 2\sin x \cos x$, samt en av de andre trigonometriske identitetene i formelsamlingen.

Maks poeng: 2

13 Trippelintegralet $\int\int\int_A xyz\,dxdydz$ over rektanglet $R = [0,1]\times[0,2]\times[0,3]$ er

Velg ett alternativ

- $7/2$
- $3/2$
- 2
- $9/2$ ✓
- 1

Maks poeng: 2

14 Det uegentlige integralet $\int\int_A \frac{1}{(x^2+y^2)^3}dxdy$, der $A = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \geq 1\}$,

Velg ett alternativ

- divergerer
- er lik $\pi/2$ ✓
- er lik 0
- er lik $2\pi/5$
- er lik π

Maks poeng: 2

15 La $\mathbf{F}(x,y) = P(x,y)\mathbf{i} + Q(x,y)\mathbf{j}$ være vektorfeltet med komponenter $P(x,y) = y^2 + e^{\cos x}$, $Q(x,y) = x^2 - \tan y$, og la $\mathcal{C}$ være sirkelen $x^2 + y^2 = 1$, orientert mot klokka. Da er $\int_{\mathcal{C}} Pdx + Qdy$

Velg ett alternativ

- $1/2$
- π
- 0 ✔
- 2π
- π^2

Maks poeng: 2