i Forside

MAT 1110 - Kalkulus og lineær algebra
Mandag 22. mars 2021
Kl. 15.00-1700 (2 timer)

Eksamen består av 15 oppgaver. Alle oppgavene teller 2 poeng slik at den totale poengsummen er 30.
Det er bare ett riktig alternativ på hver oppgave. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på en oppgave, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette.

Ingen vedlegg.

Alle hjelpemidler er tillatt, men det er ikke tillatt å kommunisere eller samarbeide med andre.

Brukerstøtte for hjemmeeksamen

- Alle studenthenvendelser under hjemmeeksamen skal gå via fakultetets nettskjema: https://www.mn.uio.no/om/hms/koronavirus/brukerstotte/brukerstotte-eksamen-h20.html

Lykke til!

1 Linearisering av vektorfelt

Vi har gitt et vektorfelt

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 y \\ -y + xy \end{pmatrix}.$$

Lineariseringen til $\mathbf{F}$ i punktet $(1, 1)$ er gitt ved

Velg ett alternativ:

- $\begin{pmatrix} 2x + y + 1 \\ x \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2x + y - 2 \\ x - 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2x + y - 2 \\ x + 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ x - 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2x + y + 1 \\ x - 1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 2

2 Buelengde

Buelengden B til kurven $\mathbf{r}(t) = 3t\,\mathbf{i} + 3t^2\,\mathbf{j} + 2t^3\,\mathbf{k},$ med $0 \leq t \leq 1$ er
Velg ett alternativ:

- 1
- 9
- 3
- 5
- 7

Maks poeng: 2

3 Potensialfunksjon

Hvilken av funksjonene er en potensialfunksjon for vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + 2z)\mathbf{i} + (x + 3z)\mathbf{j} + (2x + 3y)\mathbf{k}$$

Velg ett alternativ:

- $\phi(x, y, z) = xy + 2xz + 3yz$
- $\phi(x, y, z) = xy + xz + yz$
- $\phi(x, y, z) = 2xy + 3xz + yz$
- $\phi(x, y, z) = 3xy + xz + 2yz$
- $\phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$

Maks poeng: 2

4 Tangentplan

Tangentplanet til funksjonen $f(x, y) = xe^y + y\cos(\pi x) + 3$ i punktet $(1, 0)$ er gitt ved
Velg ett alternativ:

- $z = 4 + (x - 1) + y$
- $z = 3 + (x - 1) + y$
- $z = 4 + 2(x - 1)$
- $z = 4 + (x - 1)$
- $z = 4 + y$

Maks poeng: 2

5

Determinanter

Hvilken av følgende påstander om determinanten til en $n \times n$-matrise A er ikke riktig:

Velg ett alternativ:

- Hvis egenverdiene til A er $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, så er $\det(A) = \lambda_1 \cdots \lambda_n$
- Hvis A er en elementær matrise som svarer til å bytte om to rader, så er $\det(A) = -1$.
- Dersom A har to like rader er $\det(A) = 0$
- $\det(A^2) = \det(A)^2$
- Hvis vi kan skrive $A = A_1 + A_2$ der $\det(A_1) = \det(A_2) = 0$, så er $\det(A) = 0$.

Maks poeng: 2

6

Løsning av likningsystemer

La A være 3×3-matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Hvilken av følgende påstander er sann?

Velg ett alternativ:

- Likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger for alle valg av $\mathbf{b}$.
- Den reduserte trappeformen til A har kun en pivotsøyle.
- Den reduserte trappeformen til A har tre pivotsøyler.
- Likningen $A\mathbf{x} = 0$ har kun løsningen $\mathbf{x} = 0$.
- A er radekvivalent med en matrise med determinant lik 0.

Maks poeng: 2

7 Egenverdier og egenvektorer

Egenverdiene til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

er gitt ved

Velg ett alternativ:

- 3 og 1
- $3 \pm 2i$
- -1 og 5
- 3 og 2
- $2 \pm 3i$

Maks poeng: 2

8 Elementære matriser

Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

kan skrives som følgende produkt av elementære matriser:
Velg ett alternativ:

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Maks poeng: 2

9 Kjeglesnitt

Hva slags kjeglesnitt får vi som løsningen av ligningen $3x^2 - 12x + 2y^2 - 4y + 8 = 0$?

Velg ett alternativ:

- En hyperbel med sentrum i $(1, 2)$, med brennpunkter $(1, 1)$ og $(3, 1)$
- En ellipse med sentrum i $(1, 2)$, med brennpunkter $(1, 1)$ og $(3, 1)$
- En hyperbel med sentrum i $(2, 1)$, med brennpunkter $(2, 0)$ og $(2, 2)$
- En ellipse med sentrum i $(2, 1)$, med brennpunkter $(2, 0)$ og $(2, 2)$
- En parabel med sentrum i $(1, 2)$og brennpunkt i $(1, 3)$.

Maks poeng: 2

10 Integral av vektorfelt

Vi har gitt vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\,\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\,\mathbf{k}$.
Hvis kurven $\mathcal{C}$ er parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = \cos t\,\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$ med $\pi/4 \leq t \leq 9\pi/4$,
så har vi

Velg ett alternativ:

- $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 1 + \pi$
- $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$
- $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \pi$
- $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 5\pi^2/2$
- $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 3$

Maks poeng: 2

11 Integral av konservativt felt

La $\mathcal{C}$ være den parametriserte kurven $\mathbf{r(\theta) = 2}\cos\theta\,\mathbf{i + 2}\sin\theta\,\mathbf{j}$, hvor $\theta \in [0, 2\pi]$. Hva blir verdien av integralet

$$\int_{\mathcal{C}}(x + 2y + \sin x \cos x)\,\mathrm{d}x + (2x + y + e^{2y})\,\mathrm{d}y$$

Velg ett alternativ:

- -1
- 1
- -2
- 2
- 0

Maks poeng: 2

12 Integral av skalarfelt

Finn integralet av skalarfeltet $f(x, y) = x^2(y - 1)$ langs med kurven $\mathbf{r}(t) = (t, 2t + 1)$ når $0 \leq t \leq 1$.

Velg ett alternativ:

- $\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Maks poeng: 2

13 Dobbeltintegral

Hvis R er rektangelet $R = [0,2] \times [-1,1]$ så er dobbeltintegralet $\iint_R (x + xy + 1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ lik:

Velg ett alternativ:

- 8
- 6
- 2
- 10
- 4

Maks poeng: 2

14 Skifte av integrasjonsrekkefølge i dobbeltintegral

Når vi skifter integrasjonsrekkefølge i integralet

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \left[\int_{\frac{1}{x}}^{3-2x} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right]\,\mathrm{d}x$$

får vi

Velg ett alternativ:

- $\int_{\frac{1}{x}}^{3-2x} \left[\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right]\,\mathrm{d}y$
- $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \left[\int_{\frac{1}{y}}^{3-2y} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right]\,\mathrm{d}y$
- $\int_{1}^{2} \left[\int_{\frac{1}{y}}^{\frac{3-y}{2}} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right]\,\mathrm{d}y$
- $\int_{1}^{2} \left[\int_{\frac{3-y}{2}}^{\frac{1}{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right]\,\mathrm{d}y$
- $\int_{1}^{\frac{1}{2}} \left[\int_{3-2x}^{\frac{1}{x}} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right]\,\mathrm{d}x$

Maks poeng: 2

15 Baneakselerasjon

En parametrisert kurve er gitt ved $\mathbf{r}(t) = t\cos t\,\mathbf{i} + t\sin t\,\mathbf{j}$, $t \geq 0$. Baneakselerasjonen $a(t) = \frac{d}{dt}\|\mathbf{r}'(t)\|$ er da

Velg ett alternativ:

- $a(t) = \sqrt{4+t^2}$
- $a(t) = (-2\sin t - t\cos t, 2\cos t - t\sin t)$
- $a(t) = \sqrt{t^2+1}$
- $a(t) = (-t\cos t, -t\sin t)$
- $a(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$

Maks poeng: 2