

## Undervisningsplan, MAT 1110, våren 2021

### Uke 2 - 2021, 11.-17. januar

#### Tirsdag 12. januar 2021

1.9 Lineæravbildninger, 1.10 Affinavbildninger

Vi er interessert i avbildninger  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  for vilkårlige  $n$  og  $m$ . I første omgang skal vi begrense oss til lineære eller affine avbildninger, dvs. avbildninger som generaliserer  $f(x) = ax + b$ . Slike avbildninger beskrives av en matrise  $A$  og en vektor  $\mathbf{b}$  ved at  $F(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$ . For en lineæravbildning er  $\mathbf{b} = 0$ . Dersom avbildningen går fra et rom inn i seg selv, vil determinanten til den kvadratiske matrisen  $A$  inneholde mye informasjon om avbildningen.

- Definisjon av lineæravbildning
- Lineæravbildning på matriseform
- Derivasjon av lineæravbildninger
- Egenverdier og -vektorer
- Definisjon av affinavbildninger
- Determinant som forstørrelsesfaktor

#### Onsdag 13. januar 2021

2.7 Kjernerregelen, 2.8 Linearisering

Vi generaliserer kjernerregelen til vektorvaluerte funksjoner i mange variable og studerer videre lineariseringen av en funksjon. Lineariseringen av en funksjon om et punkt approksimerer funksjonen i en liten omegn om punktet.

- Formel for den deriverte av sammensatte funksjoner
- Kjernerregelen på matrise- og komponentform
- Linearisering av affine avbildninger
- Definisjon av linearisering
- Linearisering approksimerer i en liten omegn

### Uke 3 - 2021, 18.-24. januar

Ukeoppgaver: 1.9: 1-7, 1.10: 1,3,5,7, 2.7: 1,5-8, 2.8: 2

#### Mandag 18. januar 2021

Appendix A, Innføring i MATLAB

- Regning med matriser
- Radoperasjoner
- Grafer
- Oppgaver fra aktuelle kapitler i Appendix A

#### Tirsdag 19. januar 2021

3.1 Parametriserte kurver, 3.2 Kjernerregelen for parametriserte kurver

En naturlig måte å beskrive kurver er ved parametrisering. Vi tenker på en kurve som en beskrivelse av en bane i rommet som vi gjennomløper rent fysisk. Det innebærer at vi bruker begreper som fart, hastighet og akselerasjon sammen med mer matematiske begreper som tangent og normalkomponent. Vi skal også se på hvordan vi kan beregne buelengden til en kurve.

- Definisjon av parametriserte kurver
- Buelengde av parametriserte kurver
- Deriverbarhet av parametriserte kurver
- Tangenter til parametriserte kurver
- Konstant fart betyr at hastighetsvektoren står normalt på posisjonsvektoren langs kurven
- Dekomponering av akselerasjonsvektoren i tangentiell og normal retning
- Kjerneregelen for et skalarfelt langs en parametrisert kurve
- Kjerneregelen for et vektorfelt langs en parametrisert kurve
- Middelerdisetningen for funksjoner i flere variable

### Onsdag 20. januar 2021

#### 3.3 Linjeintegraler for skalarfelt, 3.4 Linjeintegraler for vektorfelt

Kurveintegralet av et skalarfelt langs en parametrisert kurve trekker vi tilbake til integralet av en sammensatt funksjon langs parametervariablen. Dermed får vi et vanlig integral. Kurveintegralet av et vektorfelt definerer vi som integralet av tangentialkomponenten av vektorfeltet langs kurven. Denne komponenten er en skalar og dermed er vi tilbake til å integrere et skalarfelt langs kurven.

- Definisjon av linjeintegral for et skalarfelt
- Regneregler for kurveintegraler
- Kurveintegralet er uavhengig av parametrisering
- Kurveintegralet av et vektorfelt er lik integralet av tangentialkomponenten til feltet
- Regneregler og uavhengighet av parametrisering
- Eksempler og oppgaver

### Uke 4 - 2021, 25.-31. januar

**Ukeoppgaver:** 3.1: 1-3,5ab,8,10,14,21, 3.2: 1,3,5,7, 3.3: 1,4,5

### Mandag 25. januar 2021

#### Appendix A, Innføring i MATLAB

- Programmering i MATLAB
- Funksjoner, script og symbolske beregninger
- Oppgaver fra aktuelle kapitler i Appendix A

### Tirsdag 26. januar 2021

#### 3.5 Gradienter og konservative felt

Gradienten til et skalarfelt er en generalisering av den deriverte til en vanlig funksjon. Gradienter lar seg derfor også integrere. Vi er interessert i hvilke vektorfelt som lar seg integrere, ut over gradientene. Slike vektorfelt, kalt konservative, er karakterisert ved at de tilfredsstillt et derivasjonskriterium. Begrepet konservativt henspiller på at det er størrelser som er bevart i denne type vektorfelt, f.eks. er energi bevart i et konservativt kraftfelt.

- Repetisjon av definisjon av gradient
- Linjeintegralet av en gradient avhenger kun av verdien i endepunktene
- Definisjon av konservativt felt
- Kriterium for at et felt er konservativt
- Hvorfor eneltsammenhengende

## Onsdag 27. januar 2021

### 3.6 Kjeglesnitt

Rette linjer er gitt ved lineære likninger. Et videre skritt kan derfor være å studere kurver gitt ved kvadratiske likninger;

$$ax_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2 + f = 0$$

for vilkårlige koeffisienter  $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ . Kurvene kalles med en fellesbetegnelse kjeglesnitt siden vi kan realisere dem som plane snitt av en romlig kjegle, hvor planet har varierende vinkel i forhold til kjeglen. Det er tre hovedtyper av kjeglesnitt; ellipser, parabler og hyperbler, i tillegg til spesielle utgaver og degenererte snitt. Sirkler er spesialutgaver av ellipser og et degenerert kjeglesnitt (f.eks. en uendelig bred og i nfinitesimalt smal ellipse) kalles en dobbel linje. Vi skal studere viktige egenskaper for de tre hovedtypene.

- Parabler
- Ellipser
- Hyperbler
- Dandelins iskrembevis for en geometrisk egenskap ved ellipser

## Uke 5 - 2021, 1.-7. februar

**OBLIG 1** legges ut. Innleveringsfrist, 18. februar 2021 kl. 1430

**Ukeoppgaver:** 3.4: 1,3,6-8, 3.5: 1,2,5,10, 3.6: 1-3, 13

## Mandag 1. februar 2021

Regning med parametriserte kurver og linjeintegraler.

- 3.3: 2,3,11,12
- 3.4: 2,4,5,12,14
- 3.5: 7,8

## Tirsdag 2. februar 2021

3.7 Grafisk framstilling av skalarfelt, 3.8. Grafisk framstilling av vektorfelt

Det kan være en utfordring å lage grafiske framstillinger av vektorfelt i flere variable. Mulige metoder er å se på nivåkurver eller nivåflater. En annen mulighet for vektorfelt er å illustrere feltet med et pildiagram. MATLAB har enkle prosedyrer for å gjøre dette. Dersom vi "følger" pilene i et pildiagram får vi ut bestemte kurver, kalt strømningskurver.

- Nivåkurver til funksjoner i to variable og i polarkoordinater
- Koordinatsystemer for 3-dimensjonale rom
- Nivåflater og tangentplan til funksjoner i flere variable
- Illustrasjoner i MATLAB
- Grafisk framstilling av vektorfelt og strømningslinjer

## Onsdag 3. februar 2021

### 3.9 Parametriserte flater

På samme måte som vi studerte parametriserte kurver kan vi se på parametriserte flater. Her trenger vi to parametre, men ellers er mye likt.

- Eksempler på parametriserte flater i ulike koordinatsystemer
- Bruk av MATLAB til å illustrere parametriserte flater

- Regne oppgaver: 3.9: 3,7,9,10,14

### Uke 6 - 2021, 8.-14. februar

**Ukeoppgaver:** 3.7: 1abd,2ab,3ab,5a, 3.8: 1,2, 3.9: 1,2,4-6,8,11

#### Mandag 8. februar 2021

Repetisjon av kapittel 1, 2 og 3

- Gjennomgang av de viktigste begrepene og resultatene
- Midtveiseksamensoppgaver fra kapittel 1, 2 og 3
- Åpen post

#### Tirsdag 9. februar 2021

4.1 Eksempler på Gauss-eliminering, 4.2 Trappeform, 4.3. Redusert trappeform

Det er alltid nyttig å kunne løse likningssystemer. Det finnes mange ulike metoder, noen manuelle og andre ved bruk av MATLAB. Et godt grep for å nærme seg en løsning er å bringe likningssystemet over på trappeform, eller enda bedre redusert trappeform.

- Løsning av likninger ved Gauss-eliminering
- Matriser og likningssystemer på trappeform
- Og på redusert trappeform
- Bruk av MATLAB til å transformere til trappeform

#### Onsdag 10. februar 2021

4.4 Matriselikninger, 4.5 Inverse matriser

Likningssystemer kan skrives på matriseform, vi kaller det matriselikninger. Vi skal se på egenskaper ved matriselikninger og deres løsninger, og også metoder for å løse likningene. Det inkluderer både manuelle og MATLAB-metoder. En måte å løse matriselikninger med entydig løsning er ved å invertere koeffisientmatrisen. Vi må derfor avklare når koeffisientmatrisen er invertibel, og hvordan vi da kan invertere den.

- Kriterium for at matriselikning har løsninger
- Løsninger av homogene likninger
- Simultan løsning av likninger
- Regneregler for inverse matriser
- Bruk av inverse matriser til å løse likninger
- Metoder for å regne ut den inverse matrisen til en kvadratisk matrise

### Uke 7 - 2021, 15.-21. februar

**OBLIG 1: Innleveringsfrist, torsdag 18. februar 2021 kl. 1430**

**Ukeoppgaver:** 4.1: 1,3,4,6, 4.2: 1, 2abc,3,4,10, 4.3: 1-7

#### Mandag 15. februar 2021

MATLAB-oppgaver

- Regning med matriser i MATLAB
- Illustrasjon av vektorfelt og strømningslinjer i MATLAB
- Bifurkasjonsteori, likevekter

**Tirsdag 16. februar 2021**

4.6 Lineærkombinasjoner og basiser, 4.7 Underrom

Vi ser på begrepene lineær uavhengighet, basiser og underrom og hvordan de forholder til hverandre. Disse begrepene kan i mange tilfeller også knyttes sammen med egenskaper ved matriser.

- Definisjon av lineær (u-)avhengighet
- Kriterier for lineær uavhengighet
- Definisjon av basis
- Kriterier for at en mengde av vektorer utgjør en basis
- Utvidelse av basiser
- Lineæravbildninger og basiser
- Definisjon av underrom
- Kriterier for at en undermengde er et underrom
- Underrom, basis og dimensjon
- Rang til en matrise
- Ortogonale basiser

**Onsdag 17. februar 2021**

4.8 Elementære matriser, 4.9 Determinanter

Vi kan bygge opp matriser ved hjelp av elementære matriser; dette svarer presis til å gjøre elementære radoperasjoner. Til en kvadratisk matrise kan vi tilordne et tall som beregnes ut i fra elementene i matrisen. Determinanten er multiplikativ, dvs. at determinanten til et produkt av matriser er produktet av determinantene til faktorene. Dette er det naturlig å kople sammen med at kvadratiske matriser kan skrives som produkt av elementære matriser.

- Definisjon av elementære matriser
- Sammenheng mellom elementære matriser og elementære radoperasjoner
- Definisjon av determinanter
- Regneregler for determinanter
- Determinanter til matriser med spesielle egenskaper
- Determinanter og radoperasjoner/elementære matriser
- Produktregelen for determinanter, med dens implikasjoner
- Metoder for å regne ut matriser

**Uke 8 - 2021, 22.-28. februar**

**Ukeoppgaver:** 4.4: 1-5, 4.5: 1,2ab,3a,4a,5a,6, 4.6: 1,2,3ab,4,6,7abc,8ab,9, 4.7: 1,2,7,12ab

**Mandag 22. februar 2021**

Løsning av lineære likningssystemer

- 4.5: 7,8,9
- 4.6: 11,12
- 4.7: 8,11
- 4.8: 3
- 4.9: 9,10

**Tirsdag 23. februar 2021**

4.10 Egenvektorer og -verdier, 4.12 Spektralteoremet

Egenvektorer svarer til stabile fordelinger under multiplikasjon med en matrise, og egenverdien er den tilhørende faktoren. Egenverdiene finner vi som røtter i det karakteristiske polynomet til matrisen. I mange tilfeller kan det være hensiktsmessig å operere med basiser av egenvektorer. Symmetriske matriser er matriser som er invariant under transposisjon, dvs. at  $(i, j)$ -elementet er lik  $(j, i)$ -elementet i matrisen. Spektralteoremet for symmetriske matriser sier at alle egenverdiene er reelle og at det finnes en ortonormal basis av egenvektorer.

- Definisjon av egenverdier og -vektorer
- Karakteristisk polynom og egenverdier,
- Basis av egenvektorer
- Multiple egenverdier og egenrom
- Komplekse egenverdier
- Symmetriske matriser
- Spektralteoremet for symmetriske matriser
- Diagonalisering av matriser, sammenheng med egenverdier
- Egenskaper ved symmetriske matriser

### Onsdag 24. februar 2021

6.1 Dobbeltintegraler over rektangler, 6.2 - over begrensede områder, 6.3 - i polarkoordinater

Gitt en funksjon i to variable over et område i planet. Vi kan regne ut dobbeltintegralet av funksjonen på samme måte som vi gjør i en variabel. Over rektangler er det veldig enkelt å generalisere, men dersom området er mer komplisert må vi finne nye metoder.

- Definisjon av dobbeltintegraler
- Integrerbarhet, kontinuerte funksjoner er integrerbare
- Dobbeltintegraler og Riemann-summer
- Hvordan regne ut dobbeltintegraler
- Uavhengighet av integrasjonsrekkefølge
- Dobbeltintegraler over begrensede områder
- Dobbeltintegraler i polarkoordinater
- Utregninger av dobbeltintegraler i MATLAB

### Uke 9 - 2021, 1.-7. mars

**Ukeoppgaver:** 4.8: 2, 4.9: 1a,2a,3a,4a,7,8, 4.10: 1,2ab,3,4ab,7,9,13, 4.11: 1,3,4,7, 4.12: 1,2

### Mandag 1. mars 2021

Repetisjon av kapittel 4

- Gjennomgang av de viktigste begrepene og resultatene
- Midtveiseksamensoppgaver fra kapittel 4
- Åpen post

### Tirsdag 2. mars 2021

6.4 Anvendelser av dobbeltintegraler, 6.6 Jordan-målbare mengder, 6.7 Variabelskifte i dobbeltintegraler

Vi kan anvende dobbeltintegraler til å beregne størrelser som areal og massemidelpunkt. Imidlertid stiller vi visse krav til områdene vi skal integrere over; de må

være målbare. Det kan også være hensiktsmessig å gjøre variabelskifter, i analogi med substitusjonprinsippet i en-variabel-teorien.

- Arealberegninger i planet
- Massemiddepunkt
- Areal av mer generelle flater
- Flateintegral av skalarfelt
- Mengder av mål 0
- Jordan-målbare mengder
- Skifte av variabler i dobbeltintegraler

### Onsdag 3. mars 2021

6.7.1 Bevis for skifte av variabel i dobbeltintegraler, 6.8 Uegentlige integraler i planet

Uegentlige integraler er integraler over uendelige definisjonsområder, eller integral av funksjoner som i enkelte deler av definisjonsområdet vokser over alle grenser. Vi regner ut slike integraler ved å avgrense definisjonsområdet slik at vi får et egentlig integral, for deretter suksessivt å ekspandere området og beregne grenseverdien. Dette leder selvfølgelig til konvergensproblemer. Vi skal også gjennomgå beviset for basisskifte-teorem. Det er ikke egentlig pensum, men gir en nyttig innføring i hvordan et rigid kalkulus-bevis kan se ut.

- Uegentlige integraler, definisjon og utregning
- Bevis for basisskifte-teoremet

### Uke 10 - 2021, 8.-14. mars

**Ukeoppgaver:** 6.1: 1,2a, 6.2: 1,2a,3, 6.3: 1,2a,3, 6.4: 1adf,2,4

### Mandag 8. mars 2021

6.9 Trippelintegraler, 6.10 Skifte av variable i trippelintegraler, 6.11 Anvendelser av trippelintegraler

Neste skritt etter dobbeltintegraler er ikke uventet trippelintegraler. Det fører strengt tatt ikke noe nytt med seg, det er bare mer av det vi erfarte ved å gå fra integrasjon i en variabel til integrasjon i to variable. Vi kan velge ulike former for koordinatsystemer, avhengig av konteksten. I planet har vi kartesiske og polar-koordinater. I rommet har vi muligheten av å kombinere ulike typer av koordinater, vi har kartesiske, sylindriske eller sfæriske koordinatsystemer.

- Definisjon og regneregler for trippelintegraler over kubiske områder
- Trippelintegraler over mer generelle områder
- Skifte av variabler i trippelintegraler
- Sylinderkoordinater
- Sfæriske koordinater
- Integrasjon i høyere dimensjoner
- Noen anvendelser av trippelintegraler

### Tirsdag 9. mars 2021

6.12 Flateintegraler av vektorfelt

Skalarproduktet av et vektorfelt med normalvektoren til en flate gir oss et skalarfelt over flaten. Dette feltet omtales ofte som fluksen av feltet gjennom flaten. Vi definerer flateintegralet av vektorfelder som integralet av dette skalarfeltet over

flaten. En forutsetning for dette begrepet er at flaten er orienterbar, siden vi må velge en normalvektor på en kontinuerlig måte. Dersom flaten er ikke-orienterbar, f.eks. slik som for en Klein-flaske eller et projektivt rom, har vi et dypere problem å hankses med.

- Definisjon av flateintegral av et vektorfelt
- Jacobi-determinant
- Uavhengighet av parametrisering av flaten
- Ikke-orienterbare flater

### **Onsdag 10. mars 2021**

#### 6.5 Greens teorem

Greens teorem er et spesialtilfelle av det som kalles Stokes teorem og som vi kommer tilbake til i en senere forelesning. Greens teorem kan betraktes som Stokes teorem i to dimensjoner. I tillegg til å ha en viktig teoretisk posisjon kan man også bruke Greens til å gjøre beregninger i planet, f.eks. regne ut areal av et område.

- Greens teorem
- Areal av et område regnet ut ved Greens teorem
- Utregninger ved Greens teorem

### **Uke 11 - 2021, 15.-22. mars**

**Ukeoppgaver:** 6.8: 1,2,3, 6.9: 1,2abd, 6.10: 1,2,3

### **Mandag 15. mars 2021**

#### Eksamensforberedelser

- Midtveiseksamen 2019
- Midtveiseksamen 2018
- Midtveiseksamen 2017
- Midtveiseksamen 2016

### **Tirsdag 16. mars 2021**

#### 6.13 Divergens og curl, 6.14 Divergensteoremet

Vi definerer to viktige begreper, divergens og virvling av vektorfelt. Divergensen er en viktig ingrediens i divergensteoremet. Divergensteoremet er et viktig teoretisk resultat, men også et resultat med vide fysiske tolkninger.

- Definisjon av divergens
- Definisjon av curl
- Divergensteoremet
- Divergensteoremet over mer generelle områder
- Fysiske anvendelser av divergensteoremet

### **Onsdag 17. mars 2021**

#### 6.15 Stokes teorem

Stokes teorem er en generalisering av fundamentalteoremet til høyere dimensjoner. Vi skal sette oss inn i teoremet og se litt på hvordan det generaliserer en-variabel-teorien for derivasjon/integrasjon.

- Stokes teorem



- Sammenhengen mellom Stokes, divergens- og Greens teorem

### Uke 12 - 2021, 22.-28. mars

**OBLIG 2** legges ut. Innleveringsfrist, 22. april 2021 kl. 1430

**Påskeoppgaver:** 6.13: 1abc,2, 6.14: 1,2,3, 6.15: 1,3,5

#### Mandag 22. mars 2021

Midtveiseksamen

### Uke 13 - 2021, 29. mars - 2. april

#### Påske

### Uke 14 - 2021, 5.-9. april

**Ukeoppgaver:** 6.5: 1abd,2,3,7,12, 6.11: 1,3,6

#### Tirsdag 6. april 2021

5.1 Topologi, 5.2 Kompletthet av  $\mathbb{R}^m$

Vi studerer konvergenssegenskaper for følger, noe som bringer oss inn i spørsmål om kompletthet.

- Topologiske grunnbegreper
- Konvergens av tallfølger
- Konvergens av følger av vektorer
- Delfølger, Bolzano-Weierstrass teorem
- Konvergens av Cauchy-følger

#### Onsdag 7. april 2021

5.4 Iterasjon av funksjoner, 5.5 Konvergens mot et fikspunkt

Vi er interessert i hva som skjer når vi itererer operatorer på et rom. Vi starter med et punkt i rommet og anvender operatoren gjentatte ganger. Spørsmålet vi ønsker å avklare er hvor iterasjonen bringer oss, spesielt om og når prosessen konvergerer.

- 5.4: 9,10
- Fikspunkter
- Kontraksjoner
- Banachs fikspunktsteorem
- Kriterier for at et vektorfelt er en kontraksjon og har et entydig fikspunkt

### Uke 15 - 2021, 12.-16. april

**Ukeoppgaver:** 5.1: 1abcde,2ab,4,6, 5.2: 1,4, 5.4: 1,2,4-7

#### Mandag 12. april 2021

5.3 Konsekvenser av kompletthet

Mengden av reelle tall er komplett. Det har noen konsekvenser som er nyttig i flere sammenhenger.

- Uniform kontinuitet
- Forhold mellom kontinuitet og uniform kontinuitet

- Derivasjon under integraltegnet
- Kriterium for at et felt er konservativt
- Operatornorm og inverterbarhet

### Tirsdag 13. april 2021

5.6 Newtons metode, 5.7 Omvendte og implisitte funksjoner

Vi er interessert i å avklare når Newtons metode konvergerer. Et viktig verktøy er Kantorovitsj teorem. Det er et resultat som raskt kan avklare om vi har konvergens eller ikke. To viktige generelle resultater er de to funksjonsteoremene, omvendt - og implisitt -.

- Definisjon/formel for Newtons metode
- Konvergens av Newtons metode
- Kantorovitsj teorem
- Omvendte funksjonsteorem
- Implisitt funksjonsteorem

### Onsdag 14. april 2021

5.8 Ekstremalverdisetningen, 5.9 Maksimum- og minimumspunkter

Ekstremalverdisetningen sier at kontinuerlige funksjoner over et lukket og begrenset område antar sine ekstremalverdier. Vi skal også se hvordan vi kan finne disse punktene. I en omegn om ekstremalpunktene kan det være nyttig å rekkeutvikle funksjonen. Det bringer oss over på Taylors formel og andrederivert-testen.

- Ekstremalverdisetningen
- Hvordan finne maksimums og minimumspunkter
- Taylor-utvikling
- Annenderiverttesten
- Noen uoppstilte maksimums- og minimumsproblemer

### Uke 16 - 2021, 19.-23. april

**Ukeoppgaver:** Jobbe med Oblig 2, 5.5: 1,4, 5.7: 1-5,7,9-11, 5.8: 1,3

### Mandag 19. april 2021

Appendix A, Mer om MATLAB

- Programmering MATLAB
- m-filer, funksjoner og script
- Anonyme funksjoner og linjefunksjoner
- Symbolske beregninger

### Tirsdag 20. april 2021

5.10 Lagrange multiplikator metode

Vi skal finne ekstremalpunktene til en funksjon når vi har betingelser på variablene. Dette kan vi gjøre ved hjelp av Lagranges multiplikator metode. Vi kan ha en eller flere bibetingelser. Lagranges multiplikator metode har direkte anvendelser i økonomiske fag.

- Ekstremalverdier under bibetingelse
- Ekstremalverdier under flere bibetingelser

**Onsdag 21. april 2021**

## 5.11 Gradientmetoden

Gradientmetoden kalles også "brattest nedstigningsmetode". Siden gradienten gir retningen for funksjonens største stigning, vil den motsatte retningen svare til størst reduksjon. Vi beveger oss et lite skritt i den retningen og gjentar så prosedyren på nytt. Over tid vil dette bringe oss svært nært et lokalt bunnpunkt for funksjonen.

- Gradientmetoden
- Regneeksempler i MATLAB

**Uke 17 - 2021, 26.-30. april**

**Ukeoppgaver:** 5.9: 2ac,6,8,10-12,14,16,18, 5.10: 1acdf,2,3,5,8,11-14

**Mandag 26. april 2021**

Lagranges metode, regning og anvendelser

- 5.10: 12-14, 16, 17, 19, 20

**Tirsdag 27. april 2021**

12.1 Konvergens av rekker, 12.2 Rekker med positive ledd

Vi studerer rekker (eller uendelige summer). I noen tilfeller kan vi beregne summen, men som regel må vi nøye oss med å fastslå om det finnes en sum eller ikke. Konvergens eller divergens? Det finnes mange metoder for svare på dette spørsmålet og vi skal se på flere ulike kriterier.

- Geometriske rekker, konvergens og sum
- Divergenstesten
- Flere konvergenssegenskaper
- Konvergenstester for positive rekker
- Integraltesten, med konsekvenser
- Sammenlikningskriterier
- Forholdstest, rottest

**Onsdag 28. april 2021**

12.3 Alternerende rekker, 12.4 Absolutt og betinget konvergens

Vi fortsetter med å studere konvergens av rekker, nå for rekker med alternerende tegn. Det er betydelig svakere krav for at en alternerende rekke konvergerer enn det som gjelder for rekker med positive ledd.

- Konvergens av alternerende rekker
- Sammenlikning mellom absolutt og betinget konvergens
- Forholdstesten igjen
- Konsekvenser av ombytting av ledd

**Uke 18 - 2021, 3.-7. mai**

**Ukeoppgaver:** 12.1: 4abce, 5, 12.2: 1abe,2,3abdf,5-7,9, 12.3: 1abc, 12.4: 1abce

**Mandag 3. mai 2021**

Oppgaver med rekker

- 12.1: 1, 6
- 12.2: 15
- 12.4: 5, 6, 7

#### **Tirsdag 4. mai 2021**

12.5 Rekker av funksjoner, 12.6 Konvergens av potensrekker

Vi generaliserer rekker til rekker av funksjoner. Konvergens vil da i mange tilfeller avhenge av verdien på variabelen. Spesielt er vi interessert i rekker av potensfunksjoner. Disse svarer til geometriske rekker, eller avledninger av slike.

- Punktvis og uniform konvergens
- Weierstrass M-test
- Definisjon av potensrekker, konvergens
- Abels summasjonsformel og Abels teorem

#### **Onsdag 5. mai 2021**

12.7 Regning med potensrekker, 12.8 Taylor-rekker

Siste del av rekke-teorien dreier seg om "kalkulus for rekker" og Taylor-rekker.

- Integrasjon og derivasjon av rekker
- Multiplikasjon av rekker, Cauchy-produkt
- Konvergens av produkt av rekker
- Definisjon av Taylor-rekker
- Eksempler på Taylor-rekker

#### **Uke 19 - 2021, 10.-14. mai**

**Ukeoppgaver:** 12.6: 1abcdeg, 12.7: 1ab,2,3, 12.8: 1abc,3abc,13,15,17

#### **Mandag 10. mai 2021**

Eksamensforberedelser, repetisjon av løsningsmetoder

- Lineæralgebra
- Funksjoner i flere variable, maks-/min-problemer
- Kurveintegraler
- Vektoranalyse, integralsatser
- Konvergens og sum av rekker

#### **Tirsdag 11. mai 2021**

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2012
- Eksamen 2013

#### **Onsdag 12. mai 2021**

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2014
- Eksamen 2015

**Uke 20 - 2021, 17.-21. mai**

**Ukeoppgaver:**

**Tirsdag 18. mai 2021**

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2016
- Eksamen 2017

**Onsdag 19. mai 2021**

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2018
- Eksamen 2019

**Uke 21 - 2021, 24.-28. mai**

**Ukeoppgaver:** Oppgaveregning etter behov og etterspørsel

**Tirsdag 25. mai 2021**

1215-13: Eksamensforberedelser

- Praktisk informasjon om eksamen
- Åpen spørsmålsrunde

**Onsdag 26. mai 2021**

AVLYST

**Uke 22 - 2021, 31.mai - 4. juni**

**Fredag 4. juni 2021**

Avsluttende eksamen