MAT 1110, våren 2022
Undervisningsplan

Arne B. Sletsjøe
Universitetet i Oslo

Uke 3 - 2022, 17.-21. januar

Mandag 17. januar 2022

1.9 Lineæravbildninger, 1.10 Affinavbildninger

Vi er interessert i avbildninger $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ for vilkårlige n og m. I første omgang skal vi begrense oss til lineære eller affine avbildninger, dvs. avbildninger som generaliserer $f(x) = ax + b$. Slike avbildninger beskrives av en matrise A og en vektor $\mathbf{b}$ ved at $F(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$. For en lineæravbildning er $\mathbf{b} = 0$. Dersom avbildningen går fra et rom inn i seg selv, vil determinanten til den kvadratiske matrisen A inneholde mye informasjon om avbildningen.

- Definisjon av og grunnleggende egenskaper for lineæravbildninger
- Lineæravbildninger på matriseform
- Egenverdier og -vektorer for lineæravbildninger
- Definisjon av affinavbildninger
- Determinant som forstørrelsesfaktor

Egenforberedelser 17/1 $\longrightarrow$ 21/1

a) Gjør oppgave 1.9.1, 1.9.2 og 1.10.1
b) Repeter kjerneregelen for funksjoner i en variabel og bruk denne til å derivere funksjonen $f(t) = \sin \omega t$
c) Finn funksjonsverdien $f(\frac{\pi}{\omega})$ og verdien av den deriverte av funksjonen $f(t)$ i punktet $t = \frac{\pi}{\omega}$?
d) Bruk ett-punkts-formelen til å finne likningen for linja gjennom punktet $P = (\frac{\pi}{\omega}, f(\frac{\pi}{\omega}))$ med stigningstall $f'(\frac{\pi}{\omega})$. Vi har nå funnet lineariseringen av funksjonen $f(t)$ i P.
e) Repeter avsnitt 2.6 om derivasjon av vektorvaluerte funksjoner

Fredag 21. januar 2022

2.7 Kjerneregelen, 2.8 Linearisering Vi generaliserer kjerneregelen til vektorvaluerte funksjoner i mange variable og studerer videre lineariseringen av en funksjon. Lineariseringen av en funksjon om et punkt er en affinavbildning som approksimerer funksjonen i en liten omegn om punktet.

- Formel for den deriverte av sammensatte funksjoner
- Kjerneregelen på matrise- og komponentform
- Linearisering av affine avbildninger
- Definisjon av linearisering
- Linearisering approksimerer i en liten omegn

Egenforberedelser 21/1 $\longrightarrow$ 24/1

a) Tegn noen kurver i planet
b) Tegn inn noen tangenter til kurvene
c) Hvis kurvene beskriver en biltur (med konstant fart); tegn inn piler som viser bilens hastighet og akselerasjon.

Oppgaver fra denne uka: 1.9: 1-7,11,14 1.10: 1,3,5,7 2.7: 1,5-8 2.8: 1

Uke 4 - 2022, 24.-28. januar

Mandag 24. januar 2022

3.1 Parametriserte kurver, 3.2 Kjerneregelen for parametriserte kurver

En naturlig måte å beskrive kurver er ved parametrisering. Vi tenker på en kurve som en beskrivelse av en bane i rommet som vi gjennomløper rent fysisk. Det innebærer at vi bruker begreper som fart, hastighet og akselerasjon sammen med mer matematiske begreper som tangent og normalkomponent. Vi skal også se på hvordan vi kan beregne buelengden til en kurve.

- Parametriserte kurver; definisjon, buelengde, deriverbarhet, tangenter
- Dekomponering av akselerasjonsvektoren i tangentiell og normal retning
- Kjerneregelen for et skalarfelt langs en parametrisert kurve
- Kjerneregelen for et vektorfelt langs en parametrisert kurve
- Middelverdisetningen for funksjoner i flere variable

Egenforberedelser 24/1 $\longrightarrow$ 28/1

a) Gjør oppgave 3.1.1 og 3.2.1
b) Skriv opp parametriseringer for noen kjente kurver
c) Lag figurer av noen mer tilfeldig valgte parametriserte kurver.

Fredag 28. januar 2022

3.3 Linjeintegraler for skalarfelt, 3.4 Linjeintegraler for vektorfelt

Kurveintegralet av et skalarfelt langs en parametrisert kurve trekker vi tilbake til integralet av en sammensatt funksjon langs parametervariablen. Dermed får vi et vanlig integral. Kurveintegralet av et vektorfelt definerer vi som integralet av tangentialkomponenten av vektorfeltet langs kurven. Denne komponenten er en skalar og dermed er vi tilbake til å integrere et skalarfelt langs kurven.

- Definisjon av linjeintegral for et skalarfelt
- Regneregler for kurveintegraler, uavhengighet av parametrisering
- Kurveintegralet av et vektorfelt er lik integralet av tangentialkomponenten til feltet
- Regneregler og uavhengighet av parametrisering

Egenforberedelser 28/1 $\longrightarrow$ 31/1

a) Repeter definisjonen av gradient, avsnitt 2.4
b) Tegn noen nivåkurver for en funksjon i to variable og tegn inn gradienten i noen punkter på kurvene

Oppgaver fra denne uka: 3.1: 1-3,5ab,8,10,14,21 3.2: 1,3,5,7 3.3: 1,2,3,4,5

Uke 5 - 2022, 31. januar-4. februar

Mandag 31. januar 2022

3.5 Gradienter og konservative felt

Gradienten til et skalarfelt er en generalisering av den deriverte til en vanlig funksjon. Gradienter lar seg derfor også integrere. Vi er interessert i hvilke vektorfelt som lar seg integrere, ut over gradientene. Slike vektorfelt, kalt konservative, er karakterisert ved at de tilfredsstiller et derivasjonskriterium. Begrepet konservativt henspeiler på at det er størrelser som er bevart i denne type vektorfelt, f.eks. er energi bevart i et konservativt kraftfelt.

- Repetisjon av definisjonen av gradientfelt
- Linjeintegralet av en gradient avhenger kun av verdien i endepunktene
- Definisjon av konservativt felt og potensialfunksjoner, kriterium for at et felt er konservativt
- Betydningen av at definisjonsområdet er enkeltsammenhengende

Egenforberedelser 31/1 ⟶ 4/2

a) Gjør oppgave 3.5.1
b) Les om kjeglesnitt på nettet (eller i bøker)
c) Sjekk spesielt ut speilingsegenskaper for ellipser og parabler

Fredag 4. februar 2022

3.6 Kjeglesnitt

Rette linjer er gitt ved lineære likninger. Et videre skritt kan derfor være å studere kurver gitt ved kvadratiske likninger;

$$ax_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2 + f = 0$$

for vilkårlige koeffisienter $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$. Kurvene kalles med en fellesbetegnelse kjeglesnitt siden vi kan realisere dem som plane snitt av en romlig kjegle, hvor planet har varierende vinkel i forhold til kjeglen. Det er tre hovedtyper av kjeglesnitt; ellipser, parabler og hyperbler, i tillegg til spesielle utgaver og degenererte snitt. Vi skal studere viktige egenskaper for de tre hovedtypene.

- Parabler, ellipser, hyperbler
- Geometriske egenskaper for kjeglesnitt

Egenforberedelser 4/2 ⟶ 7/2

a) Gjør oppgave 3.6.11 (bruk definisjonen av parabel via styrelinja)
b) Repeter begrepene skalarfelt og vektorfelt
c) Søk opp og finn illustrasjoner av skalar- og vektor-felt

Oppgaver fra denne uka: 3.4: 2,3,5-8 3.5: 1,2,5,10 3.6: 1-3,11,13

Uke 6 - 2022, 7.-11. februar

Mandag 7. februar 2022

3.7 Grafisk framstilling av skalarfelt, 3.8. Grafisk framstilling av vektorfelt

Det kan være en utfordring å lage grafiske framstillinger av vektorfelt i flere variable. Mulige metoder er å se på nivåkurver eller nivåflater. En annen mulighet for vektorfelt er å illustrere feltet med et pildiagram. MATLAB har enkle prosedyrer for å gjøre dette. Dersom vi "følger" pilene i et pildiagram får vi ut bestemte kurver, kalt strømningskurver.

- Nivåkurver til funksjoner i to variable og i polarkoordinater
- Koordinatsystemer for 3-dimensjonale rom
- Nivåflater og tangentplan til funksjoner i flere variable
- Grafisk framstilling av vektorfelt og strømingskurver

Egenforberedelser 7/2 $\longrightarrow$ 11/2

a) Gjør oppgave 3.7.1 og 3.8.1
b) Bruk MATLAB til å lage illustrasjoner av noen vektorfelt

Fredag 11. februar 2022

3.9 Parametriserte flater

På samme måte som vi studerte parametriserte kurver kan vi se på parametriserte flater. Her trenger vi to parametre, men ellers er mye likt.

- Eksempler på parametriserte flater i ulike koordinatsystemer
- Bruk av MATLAB til å illustrere parametriserte flater
- Regne oppgaver: 3.9: 3,7,9,10,14

Egenforberedelser 11/2 $\longrightarrow$ 14/2

a) Repeter lineæralgebraen fra seksjon 1.1-1.8 (pensum i MAT 1100)
b) Husk å jobbe med OBLIG 1

Oppgaver fra denne uka: 3.7: 1,2ab,3ab,5a 3.8: 1,2 3.9: 1,2,4-6,8,11

Uke 7 - 2022, 14.-18. februar

OBLIG 1 legges ut. Innleveringsfrist, 3. mars 2022 kl. 1430

Mandag 14. februar 2022

4.1 Eksempler på Gauss-eliminasjon, 4.2 Trappeform, 4.3. Redusert trappeform

Det er alltid nyttig å kunne løse likningssystemer. Det finnes mange ulike metoder, noen manuelle og andre ved bruk av MATLAB. Et godt grep for å nærme seg en løsning er å bringe likningssystemet over på trappeform, eller enda bedre redusert trappeform.

- Løsning av likninger ved Gauss-eliminasjon
- Matriser og likningssystemer på trappeform og på redusert trappeform
- Bruk av MATLAB til å transformere til trappeform

Egenforberedelser 14/2 $\longrightarrow$ 18/2

a) Repeter Eksempel 4.3.6 ved å slrive koden i MATLAB
b) Gjør tilsvarende som i a) for oppgavene 4.3.6 og 4.3.7
c) Repeter multiplikasjon av matriser

Fredag 18. februar 2022

4.4 Matriselikninger, 4.5 Inverse matriser

Likningssystemer kan skrives på matriseform, vi kaller det matriselikninger. Vi skal se på egenskaper ved matriselikninger og deres løsninger, og også metoder for å løse likningene. Det inkluderer både manuelle og MATLAB-metoder. En måte å løse matriselikninger med entydig løsning er ved å invertere koeffisientmatrisen. Vi må derfor avklare når koeffisientmatrisen er invertibel, og hvordan vi da kan invertere den.

- Kriterium for at matriselikning har løsninger
- Løsninger av homogene likninger
- Simultan løsning av likninger
- Regneregler for inverse matriser
- Bruk av inverse matriser til å løse likninger
- Metoder for å regne ut den inverse matrisen til en kvadratisk matrise

Egenforberedelser 18/2 $\longrightarrow$ 21/2

a) Gjør oppgave 4.5.1 og 4.5.4
b) Gjør forberedelser for begrepene lineær avhengighet og basis

Oppgaver fra denne uka: 4.1: 1,3,4,6 4.2: 1, 2abc,3,4,10 4.3: 1,2,4,6 4.4: 2,3,4 4.5: 1,2ab,3a,4a,5a,6,

Uke 8 - 2022, 21.-25. februar

Mandag 21. februar 2022

4.6 Lineærkombinasjoner og basiser, 4.7 Underrom

Vi ser på begrepene lineær uavhengighet, basiser og underrom og hvordan de forholder til hverandre. Disse begrepene kan i mange tilfeller også knyttes sammen med egenskaper ved matriser.

- Definisjon av og kriterier for lineær (u-)avhengighet
- Definisjon av basis, kriterier for at en mengde av vektorer utgjør en basis
- Utvidelse av basiser
- Lineæravbildninger og basiser
- Definisjon av underrom, kriterier for at en undermengde er et underrom
- Dimensjonsbegrepet
- Rangen til en matrise
- Ortogonale basiser

Egenforberedelser 21/2 $\longrightarrow$ 25/2

a) Repeter teorien for elementære radoperasjoner
b) Repeter definisjonen av determinanter fra seksjon 1.8

Fredag 25. februar 2022

4.8 Elementære matriser, 4.9 Determinanter

Vi kan bygge opp matriser ved hjelp av elementære matriser; dette svarer presis til å gjøre elementære radoperasjoner. Til en kvadratisk matrise kan vi tilordne et tall, determinanten til matrisen, som beregnes ut i fra elementene i matrisen. Determinanten er multiplikativ, dvs. at determinanten til et produkt av matriser er lik produktet av determinantene til faktorene. Dette er det naturlig å kople sammen med at kvadratiske matriser kan skrives som produkt av elementære matriser.

- Definisjon av elementære matriser
- Sammenheng mellom elementære matriser og elementære radoperasjoner
- Generell definisjon av og regneregler for determinanter
- Determinanter og radoperasjoner/elementære matriser
- Produktregelen for determinanter, med dens implikasjoner
- Metoder for å regne ut determinanter

Egenforberedelser 25/2 $\longrightarrow$ 28/2

a) Gjør oppgave 4.7.8-11
b) Repeter begrepene egen-vektor og -verdi (fra seksjon 1.9)

Oppgaver fra denne uka: 4.5: 9 4.6: 1,2,3ab,4,6,7abc,8ab,9,11 4.7: 1,2,7,8,9,10,11

Uke 9 - 2022, 28. februar-4. mars

OBLIG 1: Innleveringsfrist, torsdag 3. mars 2022 kl. 1430

Mandag 28. februar 2022

4.10 Egenvektorer og -verdier, 4.12 Spektralteoremet

Egenvektorer svarer til stabile fordelinger under multiplikasjon med en matrise, og egenverdien er den tilhørende faktoren. Egenverdiene finner vi som røtter i det karakteristiske polynomet til matrisen. I mange tilfeller kan det være hensiktsmessig å operere med basiser av egenvektorer. Symmetriske matriser er matriser som er invariant under transposisjon, dvs. at (i, j)-elementet er lik (j, i)-elementet i matrisen. Spektralteoremet for symmetriske matriser sier at alle egenverdiene er reelle og at det finnes en ortonormal basis av egenvektorer.

- Definisjon av egenverdier og -vektorer, karakteristisk polynom,
- Basis av egenvektorer
- Multiple egenverdier og egenrom, komplekse egenverdier
- Spektralteoremet for symmetriske matriser
- Diagonalisering av matriser, sammenheng med egenverdier

Egenforberedelser 28/2 $\longrightarrow$ 4/3

a) Les på egenhånd seksjon 4.11 (ikke pensum, men nyttig)
b) Repeter kapittel 4, spesielt alle definisjoner

Fredag 4. mars 2022

6.1 Dobbeltintegraler over rektangler, 6.2 - over begrensede områder, 6.3 - i polarkoordinater

Gitt en funksjon i to variable over et område i planet. Vi kan regne ut dobbeltintegralet av funksjonen på samme måte som vi gjør i en variabel. Over rektangler er det veldig enkelt å generalisere, men dersom området er mer komplisert må vi finne nye metoder.

- Definisjon og utregning av dobbeltintegraler
- Uavhengighet av integrasjonsrekkefølge
- Dobbeltintegraler over begrensede områder og i polarkoordinater
- Utregninger av dobbeltintegraler i MATLAB

Egenforberedelser 4/3 $\longrightarrow$ 7/3

a) Gjør oppgave 6.2.1 og 6.2.2
b) Finn parametriseringene i polarkoordinater i oppgave 6.3.1 og regn ut integralene
c) Les om massemiddelpunkt (massesenter) på nettet

Oppgaver fra denne uka: 4.8: 2,3 4.9: 1a,3ab,7,8,9,10 4.10: 1,2ab,3,7,9,13

Uke 10 - 2022, 7.-11. mars

Mandag 7. mars 2022

6.4 Anvendelser av dobbeltintegraler, 6.6 Jordan-målbare mengder, 6.7 Variabelskifte i dobbeltintegraler

Vi kan anvende dobbeltintegraler til å beregne størrelser som areal og massemiddelpunkt. Imidlertid stiller vi visse krav til områdene vi skal integrere over; de må være målbare. Det kan også være hensiktsmessig å gjøre variabelskifter, i analogi med substitusjonprinsippet i en-variabel-teorien.

- Arealberegninger i planet
- Massemiddelpunkt
- Areal av mer generelle flater
- Flateintegral av skalarfelt
- Mengder av mål 0
- Jordan-målbare mengder
- Skifte av variabler i dobbeltintegraler

Egenforberedelser 7/3 $\longrightarrow$ 11/3

a) Regn gjennom gamle midtveiseksamensoppgavesett
b) Repeter en-variabel-teorien for uegentlige integraler

Fredag 11. mars 2022

6.7.1 Bevis for skifte av variabel i dobbeltintegraler, 6.8 Uegentlige integraler i planet

Uegentlige integraler er integraler over uendelige definisjonsområder, eller integral av funksjoner som i enkelte deler av definisjonsområdet vokser over alle grenser. Vi regner ut slike integraler ved å avgrense definisjonsområdet slik at vi får et egentlig integral, for deretter suksessivt å ekspandere området og beregne grenseverdien. Dette leder selvfølgelig til konvergensproblemer. Vi skal også gjennomgå beviset for basisskift-teoremt. Det er ikke egentlig pensum, men gir en nyttig innføring i hvordan et rigid kalkulus-bevis kan se ut.

- Uegentlige integraler, definisjon og utregning
- Bevis for basisskifte-teoremet

Egenforberedelser 11/3 $\longrightarrow$ 14/3

a) Fortsett forberedelsene til midtveiseksamen
b) Preparer for trippelintegraler ved å lese seksjon 6.9 fram til 6.9.1

Oppgaver fra denne uka: 6.1: 1,2 6.2: 1,2 6.3: 1,2 6.4: 1adf,2

Uke 11 - 2022, 14.-18. mars

Mandag 14. mars 2022

6.9 Trippelintegraler, 6.10 Skifte av variable i trippelintegraler, 6.11 Anvendelser av trippelintegraler

Neste skritt etter dobbeltintegraler er ikke uventet trippelintegraler. Det fører strengt tatt ikke noe nytt med seg, det er bare mer av det vi erfarte ved å gå fra integrasjon i en variabel til integrasjon i to variable. Vi kan velge ulike former for koordinatsystemer, avhengig av konteksten. I planet har vi kartesiske og polarkoordinater. I rommet har vi muligheten av å kombinere ulike typer av koordinater, vi har kartesiske, sylindriske eller sfæriske koordinatsystemer.

- Definisjon og regneregler for trippelintegraler over kubiske områder
- Trippelintegraler over mer generelle områder
- Skifte av variabler i trippelintegraler
- Sylinderkoordinater
- Sfæriske koordinater
- Integrasjon i høyere dimensjoner
- Noen anvendelser av trippelintegraler

Egenforberedelser 14/3 $\longrightarrow$ 18/3

a) Intensiver forberedelsene til midtveiseksamen
b) Repeter løsningsstrategier for alle typer oppgaver

Fredag 18. mars 2022

Forberedelse til midtveiseksamen

Det er midtveiseksamen på mandag og vi bruker en hel forelesning til å gjøre de siste forberedelsene til denne prøven.

- Pensumoversikt
- Oppgavetyper
- Eksamensform
- Løsningsstrategier

Uke 12 - 2022, 21.-25. mars

Mandag 21. mars 2022 kl. 9-11

Midtveiseksamen

Oppgaver til neste uke: 6.8: 1,2,3, 6.9: 1,2abd, 6.10: 1,2,3

Uke 13 - 2022, 28. mars-1. april

Mandag 28. mars 2022

6.12 Flateintegraler av vektorfelt

Skalarproduktet av et vektorfelt med normalvektoren til en flate gir oss et skalarfelt over flaten. Dette feltet omtales ofte som fluksen av feltet gjennom flaten. Vi definerer flateintegralet av vektorfelter som integralet av dette skalarfeltet over flaten. En forutsetning for dette begrepet er at flaten er orienterbar, siden vi må velge en normalvektor på en kontinuerlig måte. Dersom flaten er ikke-orienterbar, f.eks. slik som for en Klein-flaske eller et projektivt rom, har vi et dypere problem å hanskes med.

- Definisjon av flateintegral av et vektorfelt
- Jacobi-determinant
- Uavhengighet av parametrisering av flaten
- Ikke-orienterbare flater

Egenforberedelser 28/3 $\longrightarrow$ 1/4

a) Søk på nettet på Stokes teorem
b) Repeter fundamentalteoremet for differensial- og integralregning

Fredag 1. april 2022

6.5 Greens teorem, (6.13 Divergens og curl, 6.14 Divergensteoremet, 6.15 Stokes teorem)

Greens teorem er et spesialtilfelle av det som kalles Stokes teorem og som vi kommer tilbake til i en senere forelesning. Greens teorem kan betraktes som Stokes teorem i to dimensjoner. I tillegg til å ha en viktig teoretisk posisjon kan man også bruke Greens til å gjøre beregninger i planet, f.eks. regne ut areal av et område. Vi skal også komme innom seksjonene 6.13 til 6.15, selv om dette ikke er pensum. Men vi kan ikke snakke om Greens teorem uten å nevne Stokes teorem og divergensteoremet.

- Greens teorem
- Areal av et område regnet ut ved Greens teorem
- Utregninger ved Greens teorem
- Definisjon av divergens og curl (virvling), divergensteoremet og Stokes teorem

Egenforberedelser 1/4 $\longrightarrow$ 4/4

a) Les avsnitt 5.1 fram til 5.1.1
b) Repeter teorien for følger i en variabel

Oppgaver fra denne uka: 6.5: 1abd,2,3,7,12, 6.11: 1,3,6
Se gjerne også på : 6.13: 1abc,2, 6.14: 1,2,3, 6.15: 1,3,5

Uke 14 - 2022, 4.-8. april

OBLIG 2 legges ut. Innleveringsfrist, 28. april 2022 kl. 1430

Mandag 4. april 2022

5.1 Topologi, 5.2 Kompletthet av $\mathbb{R}^m$

Vi studerer konvergensegenskaper for følger, noe som bringer oss inn i spørsmål om kompletthet.

- Topologiske grunnbegreper
- Konvergens av tallfølger
- Konvergens av følger av vektorer
- Delfølger, Bolzano-Weierstrass teorem
- Konvergens av Cauchy-følger

Egenforberedelser 4/4 $\longrightarrow$ 8/4

a) Les nøye gjennom seksjon 5.4
b) Gjør oppgavene 5.4.9 og 5.4.10

Fredag 8. april 2022

5.4 Iterasjon av funksjoner, 5.5 Konvergens mot et fikspunkt

Vi er interessert i hva som skjer når vi itererer operatorer på et rom. Vi starter med et punkt i rommet og anvender operatoren gjentatte ganger. Spørsmålet vi ønsker å avklare er hvor iterasjonen bringer oss, spesielt om og når prosessen konvergerer.

- Fikspunkter
- Kontraksjoner
- Banachs fikspunktsteorem
- Kriterier for at et vektorfelt er en kontraksjon og har et entydig fikspunkt

Uke 15 - 2022, 11.-18. april

Påskeferie

Oppgaver til over Påske: 5.1: 1abcde,2ab,4,6, 5.2: 1,4, 5.4: 1,2,4-7

Uke 16 - 2022, 19.-22. april

Fredag 22. april 2022

5.6 Newtons metode, 5.7 Omvendte og implisitte funksjoner

Vi er interessert i å avklare når Newtons metode konvergerer. Et viktig verktøy er Kantorovitsj teorem. Det er et resultat som raskt kan avklare om vi har konvergens eller ikke. To viktige generelle resultater er de to funksjonsteoremene, omvendt - og implisitt -.

- Definisjon/formel for Newtons metode
- Konvergens av Newtons metode
- Kantorovitsj teorem
- Omvendte funksjonsteorem
- Implisitt funksjonsteorem

Egenforberedelser 22/4 $\longrightarrow$ 25/4

a) Repeter ekstremalverdisetningen i en variabel
b) Les gjennom definisjon 5.8.1 og setning 5.8.6 (uten bevis)

Oppgaver fra denne uka: 5.5: 1,4 5.6: 1,2,9,10

Uke 17 - 2022, 25.-29. april

OBLIG 2: Innleveringsfrist, torsdag 28. april 2022 kl. 1430

Mandag 25. april 2022

5.8 Ekstremalverdisetningen, 5.9 Maksimum- og minimumspunkter

Ekstremalverdisetningen sier at kontinuerlige funksjoner over et lukket og begrenset område antar sine ekstremalverdier. Vi skal også se hvordan vi kan finne disse punktene. I en omegn om ekstremalpunktene kan det være nyttig å rekkeutvikle funksjonen. Det bringer oss over på Taylors formel og andrederivert-testen.

- Ekstraemalverdisetningen
- Hvordan finne maksimums og minimumspunkter
- Taylor-utvikling
- Annenderiverttesten
- Noen uoppstilte maksimums- og minimumsproblemer

Egenforberedelser 25/4 $\longrightarrow$ 29/4

a) Studer eksempel 5.9.12
b) Studer eksempel 5.9.13

Freag 29. april 2022

5.10 Lagrange multiplikatormetode

Vi skal finne ekstremalpunktene til en funksjon når vi har betingelser på variablene. Dette kan vi gjøre ved hjelp av Lagranges multiplikatormetode. Vi kan ha en eller flere bibetingelser. Lagranges multiplikatormetode har direkte anvendelser i økonomiske fag.

- Ekstremalverdier under bibetingelse
- Ekstremalverdier under flere bibetingelser

Egenforberedelser 29/4 $\longrightarrow$ 2/5

a) Gjør oppgave 5.10.14
b) Repeter gradient, definisjon og egenskaper

Oppgaver fra denne uka: 5.7: 1-5,7,9-11 5.8: 1,3 5.9: 2ac,6,8,10-12,14,16

Uke 18 - 2022, 2.-6. mai

Mandag 2. mai 2022

5.11 Gradientmetoden

Gradientmetoden kalles også "brattest nedstigningsmetode". Siden gradienten gir retningen for funksjonens største stigning, vil den motsatte retningen svare til størst reduksjon. Vi beveger oss et lite skritt i den retningen og gjentar så prosedyren på nytt. Over tid vil dette bringe oss svært nært et lokalt bunnpunkt for funksjonen.

- Gradientmetoden
- Regneeksempler i MATLAB

Egenforberedelser 2/5 $\longrightarrow$ 6/5

a) Repeter teorien for geometriske rekker
b) Les Eks. 12.1.6 om divergens av den harmoniske rekka
c) Les om konvergens (ørste side i seksjon 12.1)

Fredag 6. mai 2022

12.1 Konvergens av rekker, 12.2 Rekker med positive ledd

Vi studerer rekker (eller uendelige summer). I noen tilfeller kan vi beregne summen, men som regel må vi nøye oss med å fastslå om det finnes en sum eller ikke. Konvergens eller divergens? Det finnes mange metoder for svare på dette spørsmålet og vi skal se på flere ulike kriterier.

- Geometriske rekker, konvergens og sum
- Divergenstesten
- Flere konvergensegenskaper
- Konvergenstester for positive rekker
- Integraltesten, med konsekvenser
- Sammenlikningskriterier
- Forholdstest, rottest

Egenforberedelser 6/5 $\longrightarrow$ 9/5

a) Les gjennom seksjon 12.3
b) Les 12.4 til Definisjon 12.4.3

Oppgaver fra denne uka: 5.10: 1acdf,2,3,5,8,12,14 12.1: 4abce, 5
12.2: 1abe,2,3abdf,5-7,9,15

Uke 19 - 2022, 9.-13. mai

Mandag 9. mai 2022

12.3 Alternerende rekker, 12.4 Absolutt og betinget konvergens

Vi fortsetter med å studere konvergens av rekker, nå for rekker med alternerende tegn. Det er betydelig svakere krav for at en alternerende rekke konvergerer enn det som gjelder for rekker med positive ledd.

- Konvergens av alternerende rekker
- Sammenlikning mellom absolutt og betinget konvergens
- Forholdstesten igjen
- Konsekvenser av ombytting av ledd

Egenforberedelser 9/5 $\longrightarrow$ 13/5

a) Gjør oppgavene 12.3.1 og 12.3.2
b) Gjør oppgavene 12.4.1, 12.4.2 og 12.4.3

Fredag 13. mai 2022

12.5 Rekker av funksjoner, 12.6 Konvergens av potensrekker

Vi generaliserer rekker til rekker av funksjoner. Konvergens vil da i mange tilfeller avhenge av verdien på variabelen. Spesielt er vi interessert i rekker av potensfunksjoner. Disse svarer til geometriske rekker, eller avledninger av slike.

- Punktvis og uniform konvergens
- Weierstrass M-test
- Definisjon av potensrekker, konvergens
- Abels summasjonsformel og Abels teorem

Egenforberedelser 13/5 $\longrightarrow$ 16/5

a) Gjør oppgavene 12.5.1 og 12-5-8
b) Les beviset for Abels summasjkonsformel
c) Les beviset for Abels teorem

Oppgaver fra denne uka: 12.3: 1abc, 2,3,4 12.4: 1abce,5,6,7 12.5: 1,2

Uke 20/21 - 2022, 16.-27. mai

Mandag 16. mai 2022

12.7 Regning med potensrekker, 12.8 Taylor-rekker

Siste del av rekke-teorien dreier seg om ”kalkulus for rekker” og Taylor-rekker.

- Integrasjon og derivasjon av rekker
- Multiplikasjon av rekker, Cauchy-produkt
- Konvergens av produkt av rekker
- Definisjon av Taylor-rekker
- Eksempler på Taylor-rekker

Oppgaver fra denne uka: 12.6: 1abcdeg 12.7: 1ab,2,3 12.8: 1abc,3abc,13,15,17

Fredag 20. mai 2022

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2012
- Eksamen 2013
- Eksamen 2014

Mandag 23. mai 2022

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2015
- Eksamen 2016
- Eksamen 2017

Fredag 27. mai 2022

Eksamensforberedelser

- Eksamen 2018
- Eksamen 2019
- Eksamen 2020

Uke 22 - 2022, 30.mai - 3. juni

Onsdag 1. juni 2022 kl. 9-13

Avsluttende eksamen