UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT1110 — Prøveeksamen

Eksamensdag: Fredag 26. mai 2023

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg:

Tillatte hjelpemidler:

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

a) La S være sirkelen

$$S = \{(x, y) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1\}$$

Bruk Lagranges multiplikatormetode for å finne punktene på S som er henholdsvis nærmest og lengst unna origo.

Oppgave 2

a) Finn konvergensområdet til rekka $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{2n-1}$.

b) Finn summen $s(x)$ til rekka i **a)**.

Oppgave 3

La

$$f(x, y) = 2x^2 - 5xy + 2y^2 - x + y$$

a) Finn de stasjonære punktene til f.

b) Avgjør om de stasjonære punktene er lokale minimum, maksimum eller sadelpunkt.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4

La A være matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

a) Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen A.

b) Finn matrisen

$$\lim_{n\to\infty} A^n$$

Oppgave 5

La A være matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Gi en begrunnelse for at det fins $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$ sånn at matriseligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ikke har noen løsning.

b) Beskriv mengden av alle $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$ slik at matriseligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ alltid har en løsning.

Oppgave 6

a) Vi ser på vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y) = (2x3y^3 + 5\sin(e^x)e^x - 21x, 9x^2y^2 - y^3)$$

La $\mathcal{C}$ være kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t)), t \in [0, \pi]$. Finn

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

SLUTT