Huskeliste for MAT1120

Siden det ikke er formelsamling til eksamen i MAT1120, har jeg lovet å lage en liten huskeliste over det som er viktigst å huske på. Det aller viktigste er selvfølgelig resultater og teknikker som *ikke* ville ha stått i en formelsamling uansett, men her er likevel en oversikt:

Radreduksjon: Kunne utføre radreduksjon og kunne bruke teknikken til blant annet å: løse ligningssystemer; avgjøre om vektorer er lineært uavhengige; plukke ut en lineært uavhengig delmengde; utvide en lineært uavhengig mengde til en basis; invertere matriser; kjenne de forskjellige beskrivelsene av når en matrise er inverterbar ("The invertible matrix theorem")

Egenverdier og egenvektorer: Kunne finne egenverdier og egenvektorer; kunne bruke dem til å løse systemer av differens- og differensialligninger; kunne avgjøre når matriser er diagonaliserbare og kunne utføre diagonaliseringen; kjenne spektralteorem og kunne ortogonalt diagonalisere symmetriske matriser; kunne diagonalisere kvadratiske former og tolke resultatet geometrisk; kunne utføre singulærverdidekomposisjon.

Ortogonalitet: Vite hva et indreprodukt; kunne finne projeksjonen av en vektor ned i et underrom; kunne bruke Gram-Schmidt-metoden; kunne finne QR-faktoriseringer; kunne løse minste kvadraters problemer.

Vektorrom: Kunne vise at noe er et underrom; kjenne begrepene spenn ("span"), lineær uavhengighet og basis; kunne finne og bruke koordinatvektorer; kunne skifte basis og bruke overgangsmatriser $P_{\mathcal{C}\leftarrow\mathcal{B}}$; kunne finne basiser for søylerom, radrom og nullrom; kjenne rangteoremet.

I tillegg til metodene er det noen formler man bør huske på:

Projeksjon på underrom:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathrm{Proj}_W(\mathbf{y}) = \frac{\mathbf{y}\cdot\mathbf{u}_1}{|\mathbf{u}_1|^2}\mathbf{u}_1 + \frac{\mathbf{y}\cdot\mathbf{u}_2}{|\mathbf{u}_2|^2}\mathbf{u}_2 + \ldots + \frac{\mathbf{y}\cdot\mathbf{u}_p}{|\mathbf{u}_p|^2}\mathbf{u}_p$$

Gram-Schmidts metode:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_i - \frac{\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_1|^2}\mathbf{v}_1 - \frac{\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_2|^2}\mathbf{v}_2 - \ldots - \frac{\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{v}_{i-1}}{|\mathbf{v}_{i-1}|^2}\mathbf{v}_{i-1} =$$

$$= \mathbf{x}_i - \mathrm{Proj}_{[\mathbf{v}_1,\ldots\mathbf{v}_{i-1}]}(\mathbf{x}_i)$$

Minste kvadraters løsninger av $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$: Løs

$$A\mathbf{x} = \hat{\mathbf{b}} \quad \text{eller (normalligningen)} \quad A^TA\mathbf{x} = A^T\mathbf{b}$$

Diagonalisering: $A = PDP^{-1}$

Ortogonal diagonalisering (A symmetrisk): $A = UDU^T$, U ortogonal.

Singulærverdidekomposisjon: $A = U\Sigma V^T$, U, V ortogonale.