MAT1120 Lineær algebra: Forelesning 30

Ole Brevig

Matematisk institutt

4. november 2021

Repetisjon: Ortogonal diagonalisering

- En $n \times n$ matrise A er ortogonalt diagonaliserbar hvis og bare hvis A er symmetrisk.
- Spektraldekomposisjonen til A er

$$A\mathbf{x} = \lambda_1(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_1)\mathbf{u}_1 + \lambda_2(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_2)\mathbf{u}_2 + \cdots + \lambda_n(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_n)\mathbf{u}_n$$

  hvor $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \cdots, \mathbf{u}_n\}$ er en ortonormal mengde.

Repetisjon: Kvadratiske former

- En kvadratisk form er en funksjon $Q\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ som kan uttrykkes på formen

$$Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \bullet A\mathbf{x}$$

  for en symmetrisk matrise $A = \left[a_{j,k}\right]_{j,k=1}^{n}$, som kalles matrisen til Q.
- Ved å bruke spektraldekomposisjonen til A får vi

$$Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \bullet A\mathbf{x} = \lambda_1(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_1)^2 + \lambda_2(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_2)^2 + \cdots + \lambda_n(\mathbf{x} \bullet \mathbf{u}_n)^2.$$