MAT1120 Lineær algebra: Forelesning 8

Ole Brevig

Matematisk institutt

8. september 2021

Forrige forelesning

1. Hvis A er en diagonalmatrise, så er egenverdiene tallene på diagonalen.
2. Hvis vi vet at λ er en egenverdi for A, kan vi finne egenvektorene ved radreduksjon av
$$A - \lambda I.$$
3. Forskjellige egenverdier har lineært uavhengige egenvektorer.
4. En $n \times n$ matrise A har maksimalt n egenverdier.

Dagens mål

- Hvordan kan vi regne ut egenverdiene til en matrise?
- Når har to matriser nøyaktig de samme egenverdiene?

Repetisjon

- Hvis A er en $n \times n$-matrise kan vi regne ut determinanten til A. For $n = 2$ har vi

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

Teorem 5.3 (Egenskaper ved determinanter)

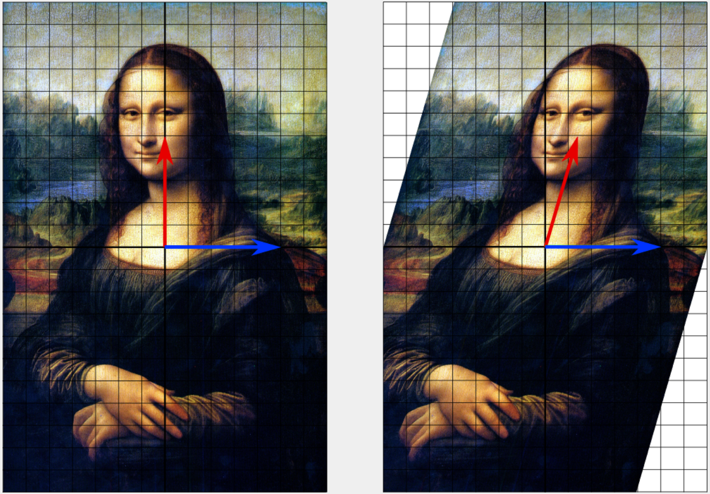
(a) *A er invertibel hvis og bare hvis* $\det A \neq 0$.

(b) $\det(AB) = (\det A)(\det B)$.

(c) $\det A^T = \det A$.

(d) *Hvis A er triangulær, så er* $\det A$ *lik produktet av tallene på diagonalen.*

- A er invertibel hvis og bare hvis ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsningen $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.



Figur: Geometrisk effekt av matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, for et (lite) tall $k > 0$.

Oppsummering

1. Egenverdiene til en matrise A er løsningene til den karakteristiske ligningen

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

2. Hvis det finnes en invertibel matrise P slik at

$$A = PBP^{-1},$$

så har A og B de samme egenverdiene — algebraisk og geometrisk multiplisitet.

Neste forelesning

- Når kan vi faktorisere

$$A = PDP^{-1}$$

der P er en invertibel matrise og D er en diagonalmatrise?