UKE 3

Obs: Alle tall referer til oppgaver i den 6. utgave. I parentes finner i tilsvarende oppgaver i den 5. utgave.

Annbefalte oppgaver

Annbefalte oppgaver løses i apne gruppene.

- **Sektion 5.1:** 20(lidt andre tall i utgave 5), 34(26)
- **Sektion 5.2:** 18(lidt andre tall i utgave 5), 20, 32(24)
- **Sektion 5.3:** 8, 16, 32(26)

Hjemmeoppgaver

Hjemmeoppgaver løses hjemme. Husk at løsninger til hjemmeoppgaver findes i bogen!

- **Sektion 5.1:** 1, 3, 9 (lidt andre tall i utgave 5), 19, 33(25), 39(31), 41(33)
- **Sektion 5.2:** 1, 3, 13, 15(lidt andre tall i utgave 5), 19
- **Sektion 5.3:** 1(lidt andre tall i utgave 5), 5, 7, 19, 29(23), 31(25), 33(27)

For sjov

Oppgave 1 (Vandermonde determinanter)**.** En $n \times n$ *Vandermonde matrise* er en matrise med formen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{pmatrix},$$

for tall $a_1, \ldots, a_n$. La oss skrive $V_n(a_1, \ldots, a_n)$ for denne matrise.

(1) Vis at Vandermonde determinanten er

$$\begin{aligned} \det(V_n(a_1, \ldots, a_n)) &= (a_2 - a_1)(a_3 - a_1) \cdots (a_n - a_{n-1}) \\ &= \prod_{1 \le i < j \le n} (a_j - a_i) \end{aligned}$$

Hint: Finne en smart radreduksjon for at lave den første søyle nemt. Fortsæt med induksjon.

(2) Konkludere at $V_n(a_1, \ldots, a_n)$ er invertibel hvis og kun hvis alle $a_1, \ldots, a_n$ er forskjellig.

(3) Anta at $p(t)$ er et polynom med grad mindre enn $n-1$. Vis at hvis $p(a_1) = p(a_2) = \cdots = p(a_n) = 0$ for forskjellige tall $a_1, \ldots, a_n$ så er $p(t) = 0$ for alle tall t.

(4) Konkluder at mængden $\{1, t, t^2, \ldots, t^{n-1}\}$ er en basis for vektorrommet $\mathbb{P}_{n-1}$ av alle polynomier med grad mindre enn $n-1$.