

UKE 4

Obs: Alle tall referer til oppgaver i den 6. utgave. I parentes finner i tilsvarende oppgaver i den 5. utgave.

ANNBEFALTE OPPGAVER

Annbefalte oppgaver løses i apne gruppene.

- **Seksjon 5.4:** 8(12), 22(20), 28(26)
- **Seksjon 5.5:** 8, 30(26)
- **Seksjon 5.6:** 4,10

HJEMMEOPPGAVER

Hjemmeoppgaver løses hjemme. Husk at løsninger til hjemmeoppgaver finnes i bogen!

- **Seksjon 5.4:** 1(Meget forskjellig i utgave 5, vennligst finne denne oppgave i utgave 6), 3(7 men med andre tall), 5(8 med andre tall), 7(11 med andre tall), 9(13), 15(Finnes ikke i utgave 5, vennligst finne denne oppgave i utgave 6), 21(19), 25(23)
- **Seksjon 5.5:** 1, 3(andre tall i utgave 5), 7, 9, 13, 15(andre tall i utgave 5), 29(25)
- **Seksjon 5.6:** 1, 5(andre tall og dyr i utgave 5), 7, 9, 11, 13

FOR SJOV

Oppgave 1 (Fibonacci følge med lineær algebra). Husk at Fibonacci følgen er følgen $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sådan at

$$f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$$

for alle $n \geq 1$ og $f_0 = 0$ og $f_1 = 1$. La

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

og for startvektoren

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

iterativt definer vektorer $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \dots$ sådan at

$$\vec{x}_{k+1} = F \vec{x}_k.$$

(1) Vis at

$$\vec{x}_k = \begin{pmatrix} f_k \\ f_{k+1} \end{pmatrix},$$

hvor $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ er Fibonacci følgen.

(2) Vis at F er diagonaliserbar.

(3) Bruke diagonalisering for at finne en formel for vektorerne \vec{x}_k for alle $k \in \mathbb{N}$. Bruke denne formel for at vise formelen av Moivre-Binet for Fibonacci følgen, dvs.

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right].$$

- (4) Kan du bruke sammen strategi for at finne formelen til Pell følgen $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ som oppfylder rekurensrelation

$$p_{n+1} = 2p_n + p_{n-1},$$

for alle $n \geq 1$ og med $p_0 = 0$ og $p_1 = 1$.