UKE 5

Obs: Alle tall referer til oppgaver i den 6. utgave. I parentes finner i tilsvarende oppgaver i den 5. utgave.

Annbefalte oppgaver

Annbefalte oppgaver løses i apne gruppene.

- **Sektion 5.7:** 2, 14(andre tall)
- **Sektion 5.8:** 14, 16
- **Sektion 5.9:** 2,12,22(desværre ikke i utgave 5),28(18)

Hjemmeoppgaver

Hjemmeoppgaver løses hjemme. Husk at løsninger til hjemmeoppgaver findes i bogen!

- **Sektion 5.7:** 1, 5(andre tall), 7, 9, 11, 13
- **Sektion 5.8:** 1(andre tall), 3, 7, 11, 15
- **Sektion 5.9:** 3, 5, 7, 15(desværre ikke i utgave 5), 17(desværre ikke i utgave 5), 23(desværre ikke i utgave 5)

For sjov

Oppgave 1 (Determinant-Spor formel)**.** Anta at A er en diagonaliserbar $n \times n$ matrise med egenverdier $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$.

(1) Vis at

$$\det(A) = \lambda_1 \cdots \lambda_n \quad \text{and} \quad \operatorname{Tr}[A] = \lambda_1 + \cdots + \lambda_n.$$

(2) Hva er egenverdier av matrisen

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k,$$

og er denne matrise diagonaliserbar?

(3) Bruke de sidste oppgaver for at vise

$$\det\left(e^A\right) = e^{\operatorname{Tr}(A)}.$$

(4) **Utfordring:** Vis at formlen

$$\det\left(e^A\right) = e^{\operatorname{Tr}(A)},$$

gjælder også hvis A er ikke diagonaliserbar. Du kan bruke uten bevis at hvert indgang av den matrise-valuerte funksjon $A \mapsto e^A$ er kontinuert.

Hint: Finne en matrise B slik at $A + \epsilon B$ er diagonaliserbar for hvert $\epsilon > 0$.