UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1120 — Lineær algebra.
Eksamensdag:	Mandag 15. desember 2003.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.

Oppgavesettet er på 1 sider.

Vedlegg:	Formelliste.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Matrisen $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -6 \\ -1 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ har egenverdier 1 og 2.

a) Finn den algebraiske multiplisiteten til egenverdiene.

b) Finn basiser for egenrommene E_1 og E_2. Er A diagonaliserbar?

c) Finn en invertibel matrise S slik at $J = S^{-1}AS$ er en matrise på reell Jordan normalform.

Oppgave 2.

I denne oppgaven bruker vi indreproduktet i $\mathcal{P}_2$ gitt ved

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p\left(\tfrac{1}{2}\right)q\left(\tfrac{1}{2}\right) + p(1)q(1)$$

$\mathcal{B}$ er standard basis for $\mathcal{P}_2$, dvs. $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$.

a) Finn en ortogonal basis $\mathcal{C} = \{p_0, p_1, p_2\}$ for $\mathcal{P}_2$ der p_i er et polynom av grad i. (Merk at det ikke kreves at $\mathcal{C}$ er ortonormal.)

b) Finn overgangsmatrisen P fra $\mathcal{B}$ til $\mathcal{C}$.

c) La $L : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ være lineæravbildningen gitt ved $L(p(t)) = tp'(t)$. Finn matrisen Q til L med hensyn på basisen $\mathcal{C}$.

SLUTT