UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1120 — Lineær algebra.
Eksamensdag:	Mandag 13. desember 2004.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Finn ved minste kvadraters metode, linjen $y = \beta_0 + \beta_1 x$ som gir best mulig tilnærming til punktene $(-1, 3), (0, 2), (2, 1), (3, 0)$. Vis på figur punktene og linjen i xy-planet.

Oppgave 2.

Det er gitt en matrise

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Finn den ortogonale basisen $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3\}$ for $\mathbb{R}^3$, som fremkommer av kolonnevektorene til A ved Gram-Schmidt-prosessen. Finn også den tilsvarende ortonormale basisen $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$.

(Fortsettes side 2.)

b) Verifiser at matrisen

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

er ortogonal. Beregn matrisen R som gir faktoriseringen $A = QR$. Av hva slags type er matrisen R?

Oppgave 3.

a) La

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Finn egenverdiene og egenrommene til A. Vis at A er diagonaliserbar. Angi en matrise P slik at $P^{-1}AP$ er diagonal.

b) La

$$A(c) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & c & 2 \\ 0 & 8 & c \end{bmatrix}$$

for $c \in \mathbb{R}$. For hvilke verdier av c er $A(c)$ diagonaliserbar?

SLUTT