MAT1140 — Strukturer og argumenter

Obligatorisk oppgavesett nr. 2 (av 2)

Innleveringsfrist

Torsdag 09. november 2023, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Tilbud om feedback: Hvis du innleverer en første versjon av besvarelsen din av oppgave 2 innen Torsdag 2. november vil du få feedback som vi håber du kan bruke til at forbedre besvarelsen din. Husk at man kan oppdatere sin besvarelse inntil den endelige deadline.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

For å få din besvarelse godkjent må du gjøre et seriøst forsøk på alle oppgaver, og minst 50% av dem må være tilfredsstillende besvart.

Oppgave 1. La $\sim$ på $\mathbb{Z}$ være relasjonen slik at $a \sim b$ for $a, b \in \mathbb{Z}$ hvis 5 er en divisor i $a - b$. Vis at $\sim$ er en ekvivalensrelasjon. Vis dette på 2 måder: Først ved at vise at $\sim$ er refleksiv, symmetrisk og transitiv. Dernæst ved at identifisere ekvivalensklasserne og se at de partisjonerer $\mathbb{Z}$.

Oppgave 2. La $S = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 : b \neq 0\}$. Vi definerer en relasjon $\sim$ på S således: $(a, b) \sim (c, d)$ hvis $ad = bc$.

(a) Vis at $\sim$ er en ekvivalensrelasjon ved at vise at $\sim$ er refleksiv, symmetrisk og transitiv.

(b) Skriv 3 forskellige elementer op fra ekvivalensklassen for $(2, 3)$.

(c) Lad $(a, b) \in S$ være så a og b er relativt primiske. Find en formel for elementerne i ekvivalensklassen $[(a, b)]$.

Oppgave 3. La A, B og C være mengder og la $f : A \to B$ og $g : B \to C$ være funksjoner. Vis følgende utsagn:

(a) Hvis $g \circ f$ er injektiv så er f injektiv.

(b) Hvis $g \circ f$ er surjektiv så er g surjektiv.

Oppgave 4. La $\mathbb{N}'$ være en mengde med en element $0' \in \mathbb{N}'$ og en funksjon $S' : \mathbb{N}' \to \mathbb{N}'$ som oppfyller Peanos aksiomer:

1. Funksjonen S' er injektiv.
2. Elementet $0' \notin V_{S'}$.
3. Hvis $A \subseteq \mathbb{N}'$ er en delmengde slik at $0' \in A$ og for hvert $n \in A$ er også $S'(n) \in A$ så er $A = \mathbb{N}'$.

Vis at der finnes en bijektiv funksjon $\phi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}'$ slik at $\phi(0) = 0'$ og $S' \circ \phi = \phi \circ S$.

Oppgave 5. La $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ være en Cauchyfølge i $\mathbb{R}$ og anta at $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ikke er en nulfølge. Uten at bruke at Cauchyfølger konvergerer i $\mathbb{R}$, vis at det finnes et $\delta > 0$ og et $N \in \mathbb{N}$ slik at det enten gælder at $a_n > \delta$, for alle $n \geq N$, eller at $a_n < -\delta$, for alle $n \geq N$.