OPPGAVER: UKE 5

Oppgave 1. La A, B og C være mengder. Vis De Morgan regler

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

og

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

Pas på at du kun bruker Zermelo-Fraenkel aksiomer.

Oppgave 2. La A og B være mengder.

(1) Vis at $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$.
(2) Vis at $\mathcal{P}(A \cup B) \supseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$.

Er der mengder A og B hvor $\mathcal{P}(A \cup B) \neq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$.

Oppgave 3. La A og B være mengder.

(1) Vis at $A \times \emptyset = \emptyset$.
(2) Vis at $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap A \times C)$.
(3) Vis at $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup A \times C)$.
(4) Vis at $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus A \times C)$.

Oppgave 4. La A og B være mengder. Den såkalte symmetriske differanse av A og B er definert som

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

(1) Sjekk at $A \Delta B$ definerer en mengde.
(2) Vis at $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
(3) Vis at $A \Delta B = B \Delta A$ og at $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$.
(4) Vis at der finnes bare en mengde E slik at for alle mengder A vi har $A \Delta E = A$, og at for hvert mengde A der finnes bare en mengde B slik at $A \Delta B = E$.

Oppgave 5. La C være en mengde som vi tenker som en kolleksjon av mengder som ikke er tomme. I forelesningen har vi introdusert et aksiom for at definere union $\cup C = \cup_{x \in C} x$. Har vi bruk for et aksiom mere til at definere snittet $\cap C = \cap_{x \in C} x$ eller kan man definere det fra de andre aksiomer? Husk at den skal være den mengde som inneholder precis de mengder som er element av alle elementer i C. Hva skjer der hvis C er tomme?