

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT 2310 — Optimal kontrollteori.

Eksamensdag: Mandag 12. juni 2006.

Tid for eksamen: 09.00 – 12.00.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Sydsæter, Strøm, Berck: Economists' Mathematical Manual, (Matematisk formelsamling for økonomer).

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Betrakt variasjonsproblemet

$$\min \int_1^2 \left(\frac{x^2}{t^2} + \frac{\dot{x}^2}{2} \right) dt, \quad \text{der } x(1) = 1 \text{ og } x(2) \text{ er fri.}$$

- Vis at Eulerlikningen til problemet har to lineært uavhengige løsninger av typen $x(t) = t^p$, $t \in [1, 2]$.
- Løs variasjonsproblemet.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

- a) Anvend Maksimumsprinsippet til å bestemme et mulig optimalt par (x^*, u^*) for problemet

$$\text{maks}_u \int_{-1}^1 (tx - u^2) dt, \quad \text{der } \dot{x} = x + u^2, u(t) \in [0, 1] \text{ for hver } t \in [-1, 1],$$

og der endepunktsbetingelsene er

$$x(-1) = -2e^{-1} - 1, \quad x(1) \text{ fri.}$$

- b) Avgjør om paret (x^*, u^*) fra (a) virkelig løser problemet. Svaret skal begrunnes.
- c) Løs maksimeringsproblemet i (a) hvis endepunktsbetingelsene er

$$x(-1) = 0, \quad x(1) = e^2 - e^{1+\frac{1}{e}}.$$

Vink til c): Prøv med $p(t) < 1$ på et intervall $(t_0, 1]$, der p står for den adjungerte funksjonen til problemet.

SLUTT