

Innlevering 1, MEK1100, høsten 2004

Frist: 1. oktober kl.14:30

1 Oppgaver fra Calculus

a) Skisser endel vektorer for vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y)$:

1. $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$

2. $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$

3. $\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j}$

b) Finn gradienten ∇f for skalarfeltet:

1. $f(x, y, z) = x^2 - 3xy + 2z$

2. $f(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

c) Finn divergens og virvling (curl) for vektorfeltene:

1. $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j} + yz^2\mathbf{k}$

2. $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$

2 To-dimensjonalt strømfelt

Gitt et to-dimensjonalt strømfelt $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ i xy -planet hvor $u = A \cos kx \sin ky$, $v = -A \sin kx \cos ky$ og A og k er positive konstanter. Området er begrenset av $-\frac{\pi}{2k} \leq x \leq \frac{\pi}{2k}$ og $-\frac{\pi}{2k} \leq y \leq \frac{\pi}{2k}$

a) Beregn divergens og virvling til feltet.

b) Tegn opp stømvektorer langs x - og y -aksene og langs områdets begrensingslinjer. Skisser på grunnlag av dette strømlinjene.

c) Hvorfor eksisterer det en stømfunksjon ψ i dette tilfellet? Vis at $\psi = \frac{A}{k} \cos kx \cos ky$.

d) Beregn gradientvektoren $\nabla\psi$ og vis at den står normalt på strømvektoren \mathbf{v} .

e) Anvend en andreordens Taylorutvikling av funksjonene $\cos kx$ og $\cos ky$ og finn likningene for strømlinjene nær origo.

3 Matlab

Når denne oppgaven skal leveres må både koden (i form av m-filer) og plott legges ved. Kommenter resultatene der det er nødvendig.

3.1

Et terrengområdet er gitt ved formelen $z = cxye^{-x^2-y^2}$.

- a) Lag et grid i xy -retning der både x og y skal gå fra -2 til 2. Velg selv et passende intervall. For å bestemme konstanten c skal vi gjøre følgende. Beregn først z med $c = 1$. Bruk kommandoene `min` og `max` til å finne hvilke verdier z varierer mellom. Bruk resultatet til å skalere z (ved hjelp av c) slik at z varierer mellom -25 og 25. Lag et overflateplott av terrengmodellen.
- b) Lag en ny figur med konturlinjene til z over det samme xy -intervallet. La Matlab angi verdiene av konturlinjene i figuren.
- c) Isolér noen ikke-negative og noen ikke-positive linjer i hvert sitt plott.
- d) Beregn gradientvektorfeltet til z og plott dette i samme figur som konturlinjene fra oppgave b).

3.2

Gitt strømfunksjonen $\psi(x, y) = \sin x + \frac{1}{2}y^2$.

- a) Hvilket strømfelt $\mathbf{v} = u(x, y)\mathbf{i} + v(x, y)\mathbf{j}$ har ψ som sin strømfunksjon? (Regn ut dette for hånd, ikke ved hjelp av Matlab.)
- b) Plott strømfeltet for $x, y \in [-5, 5]$. Velg selv et passende intervall.
- c) Plott strømlinjene $\psi_0 = -0.9, -0.5, 0, 1, 2, 4, 6, 8, 10$ i samme figur som strømfeltet fra oppgave b).