UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MEK1100 — Feltteori og vektoranalyse.
Eksamensdag:	Fredag 29 mars 2019.
Tid for eksamen:	14:30 – 16:30.
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formeltillegg på 2 sider.
Tillatte hjelpemidler:	K. Rottmann: Matematische Formelsamlung, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Det er 16 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Oppgave 1. Du sitter på en karusell som roterer med omløpstid 2π s. Du ønsker å oppleve en sentripetalakselerasjon på 2 m/s^2. Hvor stor avstand fra rotasjonsaksen må du ha?

a) 2π m b) 2 m c) $2\pi^2$ m d) $\dfrac{2}{\pi}$ m e) $\dfrac{2}{\pi^2}$ m

Oppgave 2. Hva er gradienten til $f(x,y,z) = xy\sin z$?

a) $y\sin z\boldsymbol{i} + x\sin z\boldsymbol{j} + xy\cos z\boldsymbol{k}$

b) $y\sin z + x\sin z + xy\cos z$

c) $x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + \sin z\boldsymbol{k}$

d) $x + y + \sin z$

e) $x\sin z\boldsymbol{i} + y\sin z\boldsymbol{j} - xy\cos z\boldsymbol{k}$

Oppgave 3. Et konservativt kraftfelt $\boldsymbol{F}$ har et skalarpotensial V. Hva er den fysiske enheten til potensialet V?

a) m b) Det er dimensjonsløst. c) N d) N m e) $\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

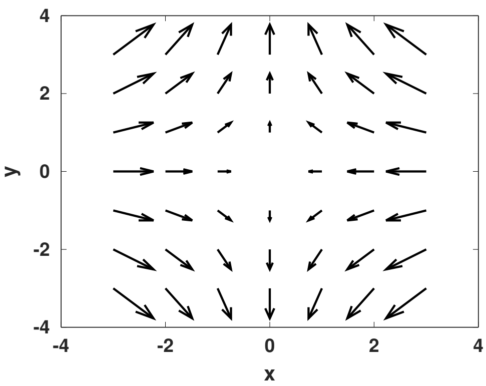
Oppgave 4. Et terreng er gitt ved vertikal høyde $h(x,y) = b\cos\dfrac{\pi(x^2+y^2)}{4b^2}$ hvor b er en konstant, xy-planet er horisontalt, x peker mot øst, y peker mot

(Fortsettes på side 2.)

nord og z peker oppover. Hva er den retningsderiverte til høyden i retning nordøst i punktet $x = y = b$?

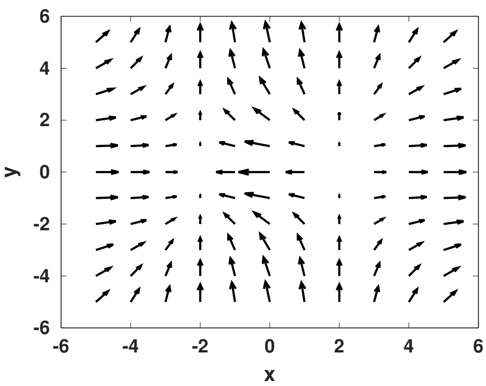
a) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $-\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ d) 0 e) $-\pi$

Oppgave 5. Hvilket vektorfelt svarer dette pileplottet til?



a) $y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ b) $x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$ c) $-x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$ d) $-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ e) $y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j}$

Oppgave 6. Hvilket vektorfelt svarer dette pileplottet til?



a) $\dfrac{x^2-4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{i} + \dfrac{y^2}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{j}$

b) $\dfrac{x^2-4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{i} - \dfrac{y^2}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{j}$

c) $\dfrac{x^2+4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{i} + \dfrac{y^2+4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{j}$

d) $\dfrac{x^2}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{i} + \dfrac{y^2-4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{j}$

e) $\dfrac{x^2-4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{i} + \dfrac{y^2-4}{x^2+y^2+4}\boldsymbol{j}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 7. Hva er divergensen til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$ utenom origo?

a) $\dfrac{2(-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j})}{x^2 + y^2}$ b) $\dfrac{2xy(\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j})}{(x^2 + y^2)^2}$ c) 0 d) $\dfrac{4xy}{(x^2 + y^2)^2}$ e) $\dfrac{-4xy}{(x^2 + y^2)^2}$

Oppgave 8. Hvilken av følgende alternativer er en strømfunksjon til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$ utenom origo?

a) $x^2 + y^2$ b) $\sqrt{x^2 + y^2}$ c) $\ln \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $\ln(x^2 + y^2)$ e) Har ikke strømfunksjon.

Oppgave 9. Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$?

a) Linjer b) Spiraler c) Parabler d) Sirkler e) Hyperbler

Oppgave 10. Hva er virvlinga til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$ utenom origo?

a) $\dfrac{2\boldsymbol{k}}{x^2 + y^2}$ b) $\dfrac{-2\boldsymbol{k}}{x^2 + y^2}$ c) 0 d) $\dfrac{-2}{x^2 + y^2}$ e) $\dfrac{-2\boldsymbol{k}}{(x^2 + y^2)^2}$

Oppgave 11. Hva er sirkulasjonen til $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$ rundt sirkelen $x^2 + y^2 = R^2$?

a) $2\pi R$ b) πR^2 c) πR d) 2π e) $\dfrac{2\pi}{R}$

Oppgave 12. Hva er akselerasjonen til en partikkel som beveger seg i henhold til hastighetsfeltet $\boldsymbol{v} = \dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$?

a) $\dfrac{-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$ b) $\dfrac{-x\boldsymbol{i} - y\boldsymbol{j}}{(x^2 + y^2)^2}$ c) 0 d) $\dfrac{-x\boldsymbol{i} - y\boldsymbol{j}}{(x^2 + y^2)^3}$ e) $\dfrac{-x\boldsymbol{i} - y\boldsymbol{j}}{x^2 + y^2}$

Oppgave 13. En flate er gitt ved $z = \sin x + \cos y$. Hvilket alternativ er en normalvektor til flaten?

a) $\boldsymbol{k}$ b) 0 c) $\cos x\boldsymbol{i} - \sin y\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$ d) $\cos x\boldsymbol{i} - \sin y\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$ e) $\cos x\boldsymbol{i} - \sin y\boldsymbol{j}$

Oppgave 14.
Ei elv renner i x-retning med strømningshastighet $\boldsymbol{v} = c(a^2 - y^2)(b^2 - z^2)\boldsymbol{i}$ innenfor tverrsnittet $-a \le y \le a$ og $-b \le z \le 0$. Her tenker vi oss at xy-planet er horisontalt, y-aksen er orientert på tvers av elva, og z-aksen peker oppover. Hva er den integrerte fluksen av strømningshastigheten (også kjent som volumfluksen) gjennom et tverrsnitt av elva?

(Fortsettes på side 4.)

a) 0 b) $\dfrac{16}{9}a^3b^3c$ c) $\dfrac{4}{9}a^3b^3c$ d) $\dfrac{8}{9}a^3b^3c$ e) $\dfrac{4}{3}a^3b^3c$

Oppgave 15. I elva beskrevet i forrige oppgave plasserer vi en terningformet netting med sidekanter B sentrert midt i elvas tverrsnitt, $(y = 0, z = -b/2)$, Vi antar at $B < b$ og $B < 2a$ slik at den terningformede nettingen er fullt nedsenket i vannet. Vi kan tenke oss at nettingen utgjør et oppdrettsanlegg for fjell-ørret. Vi antar at vannet strømmer gjennom nettingen uten å bli forstyrret. Hva er den integrerte fluksen av strømningshastigheten (volumfluksen) ut av netting-terningen?

a) B^3 b) 0 c) $c(a^2 - \frac{B^2}{12})(b^2 - \frac{B^2}{12})\frac{B^2}{2}$ d) $6B^2$ e) $\frac{2}{9}a^2b^2B^2c$

Oppgave 16. Dersom strømningshastigheten $\boldsymbol{v} = c(a^2 - y^2)(b^2 - z^2)\boldsymbol{i}$ måles i m/s, lengde måles i m, og tid måles i s, da må konstanten c måles i:

a) $\dfrac{1}{\mathrm{m^2 s}}$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{ms}}$ c) $\dfrac{1}{\mathrm{m^3 s}}$ d) $\dfrac{1}{\mathrm{s}}$ e) $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

SLUTT