

i Viktig informasjon

MEK1100 - Feltteori og vektoranalyse

Tirsdag 22. mars 2022

kl. 09.00 - 11.00 (to timer)

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke *straffet* for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematishe Formelsammlung og godkjent kalkulator.

Lykke til!

1 Dimensjon av skalarpotensiale

Et virvelfritt hastighetsfelt \vec{v} har skalarpotensiale ϕ . Hva er de fysiske dimensjonene til ϕ ?

Velg ett alternativ:

- m/s
 Nm
 m^2/s
 m
 N/s

Maks poeng: 1

2 Divergens av vektor

Hva er divergensen til $\vec{u} = xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?

Velg ett alternativ:

- $yz + xz + xy$
 xz
 xy
 $y + x$
 0

Maks poeng: 1

3 Virvling av vektor

Hva er virvlingen til $\vec{u} = xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?

Velg ett alternativ:

- $\mathbf{i}(xz - xy) + \mathbf{j}(xy - yz) + \mathbf{k}(yz - xz)$
- $\mathbf{i}x - \mathbf{j}y + \mathbf{k}(y - x)$ ✓
- $\vec{0}$
- $\mathbf{i}(xz - xy)$
- $\mathbf{i}(xy - xz) + \mathbf{j}(yz - xy) + \mathbf{k}(xz - yz)$

Maks poeng: 1

4 Skalarpotensiale av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$. Hva er skalarpotensialet til \vec{v} ?

Velg ett alternativ:

- $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$
- $zx + \frac{1}{2}y^2$ ✓
- $x + y$
- $\frac{1}{2}(x^2 + z^2) + yx + zy$

Har ikke skalarpotensial.

Maks poeng: 1

5 Kurveintegral

En ellipse C er parametrisert ved $\vec{r} = a \cos \theta \mathbf{i} + b \sin \theta \mathbf{j}$, der a og b er reelle tall større enn null, og $\theta \in [0, 2\pi]$. Gitt et vektorfelt $\vec{v} = x\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Hva blir kurveintegralet $\oint_C \vec{v} \times d\vec{r}$? (Hint: $\int \cos^2 \theta d\theta = \frac{1}{2}(\theta + \sin \theta \cos \theta) + \text{konstant}$)

Velg ett alternativ:

$(\mathbf{i} + \mathbf{j})2\pi a^2 b^2$

$\mathbf{k}2\pi a^2 b^2$

$\mathbf{k}\pi ab$



$\vec{0}$

0

Maks poeng: 1

6 Taylor serie i to variable

En funksjon er gitt ved $f(x, y) = \sin x \cos y$. Hvilket alternativ er en første ordens Taylor approksimasjon til f rundt origo?

Velg ett alternativ:

$f(x, y) \approx x + y$

$f(x, y) \approx x$



$f(x, y) \approx y$

$f(x, y) \approx x \cos x \cos y - y \sin x \sin y$

Maks poeng: 1

7 Flateelement

En flate er parametrisert med $\vec{r}(u, v) = au \cos v \mathbf{i} + bu \sin v \mathbf{k}$. Hva er flateelementet $d\sigma$?

Velg ett alternativ:

$dudv$

$abududv$

$kabdudv$

$kabududv$

abv^2dudv

Maks poeng: 1

8 Sirkulasjon av vektorfelt II

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{u} = xy\mathbf{j}$. Hva blir sirkulasjonen $\oint_C \vec{u} \cdot d\vec{r}$ rundt et kvadrat med hjørner i $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ og $(0, 1)$? Sirkulasjonen går mot klokka, dvs først fra $(0, 0)$ til $(1, 0)$, så til $(1, 1)$, så til $(0, 1)$ og til slutt tilbake til $(0, 0)$.

Velg ett alternativ:

$-\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}$

0

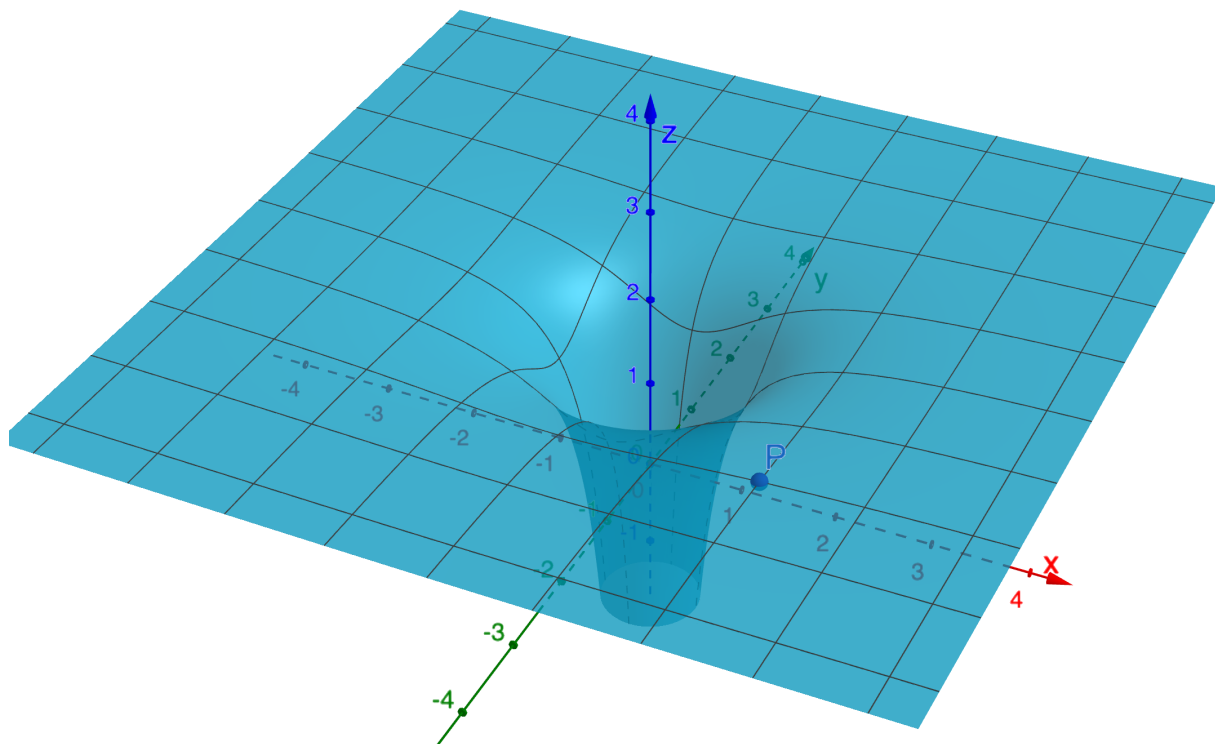
$\frac{1}{6}$

$-\frac{1}{2}$

Maks poeng: 1

9 Retningsderivert

Et funksjon $f(x, y) = 2 - \frac{1}{x^2 + y^2}$, er illustrert som høyden z i figuren under. Vi har markert inn et punkt P i flaten ved $(x, y) = (2, -2)$. Hva er den retningsderiverte av $f(x, y)$ i punktet P i retningene \mathbf{i} og \mathbf{j} ? (I svaralternativene under er det to tall, det første for retningsderivert langs x -aksen, og det andre for y -aksen.)



Velg ett alternativ:

$$\left(\frac{1}{16}, -\frac{1}{16}\right)$$



$$(-2, 2)$$



$$(0, 0)$$



$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$



$$\left(\frac{1}{32}, \frac{1}{32}\right)$$



Maks poeng: 1

10 Volumstrøm

Gitt et strømningsfelt med hastighetsvektor \vec{u} , og en vilkårlig flate A med enhetsflatenormalvektor \vec{n} . Hvilket alternativ representerer volumstrømmen (fluksen) av \vec{u} gjennom flaten A?

Velg ett alternativ:

- $\oint_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \nabla \cdot \vec{u} d\sigma$
- $\oint_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$



Maks poeng: 1

11 Strømlinjer

Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet $\vec{u} = xz\mathbf{k}$?

Velg ett alternativ

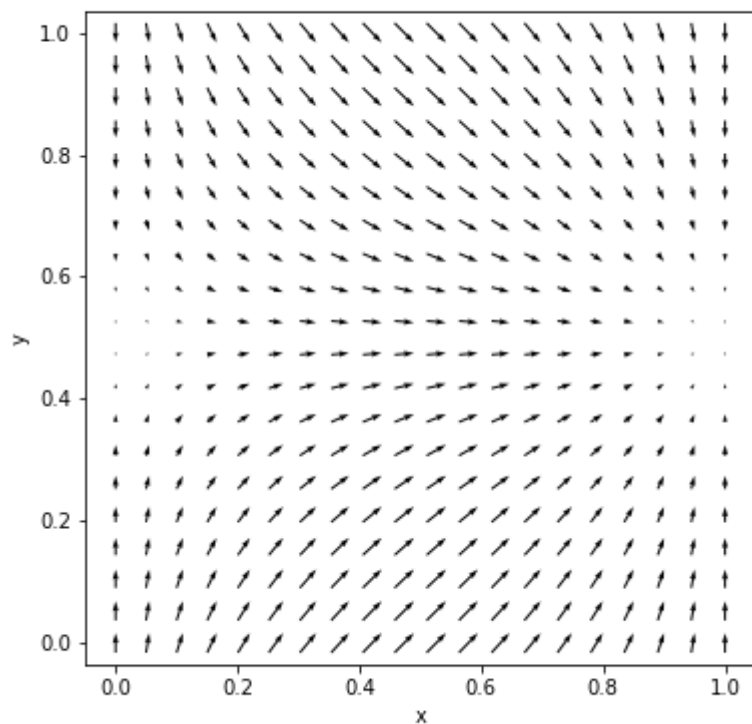
- Rette linjer gjennom origo
- Sirkler rundt origo
- Rette linjer parallelle med x-aksen
- Rette linjer parallelle med x- og z-aksene
- Rette linjer parallelle med z-aksen



Maks poeng: 1

12 Pilplott

Hvilket vektorfelt svarer pilplottet til?



Velg ett alternativ:

$$\vec{u} = \sin(2x\pi)\mathbf{i} + \cos(2y\pi)\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = \sin(x\pi)\mathbf{i} - \cos(y\pi)\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = -\sin(x\pi)\mathbf{i} + \cos(y\pi)\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = \sin(x\pi)\mathbf{i} + \cos(y\pi)\mathbf{j}$$

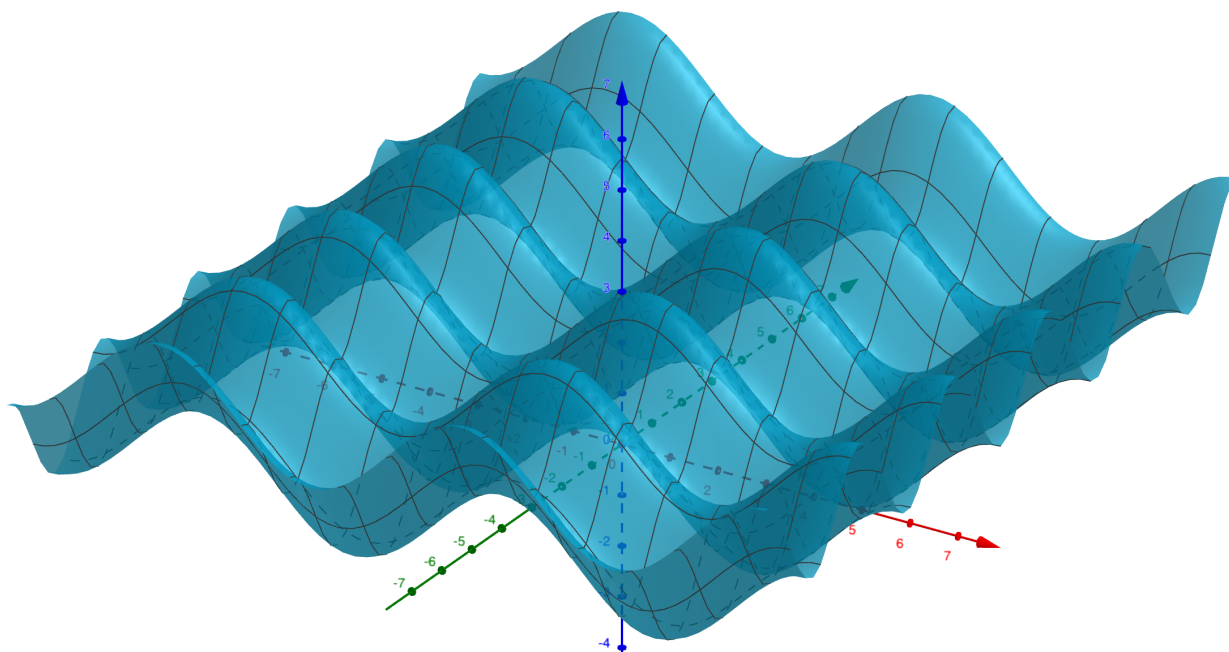


$$\vec{u} = xy\mathbf{i} + yx\mathbf{j}$$

Maks poeng: 1

13 Flatelement II

En flate A er beskrevet av $z = \sin x - \cos 2y + 2$. Flaten er illustrert under. Hva er flatelementet $\vec{n}d\sigma$ til A?



Velg ett alternativ

$$\frac{-\sin x \mathbf{i} - 2 \cos 2y \mathbf{j} + \mathbf{k}}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 2y + 1}} dx dy$$



$$(-\sin x \mathbf{i} - 2 \cos 2y \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy$$



$$\frac{\cos x \mathbf{i} + 2 \sin 2y \mathbf{j} + \mathbf{k}}{\cos^2 x + 4 \sin^2 2y + 1}$$



$$(-\cos x \mathbf{i} - 2 \sin 2y \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy$$



Maks poeng: 1

14 Strømfunksjon

To vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = y^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j}$ og $\vec{w} = (x^2 - y)\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Hvilket alternativ er en strømfunksjon $\psi(x, y)$ til $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$?

Velg ett alternativ:

- Har ikke strømfunksjon
- $\psi(x, y) = -x^2y + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$
- $\psi(x, y) = -x^2y - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$ ✓
- $\psi(x, y) = -x^2y^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$
- $\psi(x, y) = x^2 + y^2 + x$

Maks poeng: 1

15 Fluks

En flate S er gitt ved $z = x^2 - y^2 + 2$. Hva blir fluksen av vektorfeltet $\vec{v} = (4x^2 + 4y^2 + 1)\mathbf{k}$ gjennom den delen av flaten S som er begrenset av $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1$. La normalvektoren til S ha samme fortegn i z-retning som \vec{v} .

Velg ett alternativ:

- $\frac{4}{3}$ 0 $\frac{11}{5}$ $\frac{11}{3}$ $\frac{3}{4}$

Maks poeng: 1