

## i Viktig informasjon

### MEK1100 - Feltteori og vektoranalyse

Torsdag 23. mars 2023

kl. 09.00 - 11.00 (to timer)

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke *straffet* for å gjette.

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematishe Formelsammlung og godkjent kalkulator.

Lykke til!

## 1 Dimensjon av vektorfelt

Divergensen til vektorfeltet  $\vec{u}$  er dimensjonsløst. Hva er de fysiske dimensjonene til  $\vec{u}$ ?

Velg ett alternativ:

- $m$  
     
  $m/s$  
     
  $Nm$  
     
  $1/m$  
     
  $s$

---

Maks poeng: 1

## 2 Divergens av vektor

Hva er divergensen til  $\vec{u} = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ ?

Velg ett alternativ:

- $y + x$  
     
  $x + y + z$  
     
  $0$  
     
  $1$  
     
  $y$

---

Maks poeng: 1

### 3 Virvling av vektor

Hva er virvlingen til  $\vec{u} = yz(\mathbf{j} + \mathbf{k})$ ?

Velg ett alternativ:

- $\mathbf{i}(y - z)$
- $\mathbf{k}(z - y)$
- $\vec{0}$
- $\mathbf{i}(z - y)$
- $\mathbf{i}(z - y) + \mathbf{j}(y - z) + \mathbf{k}(y - z)$




---

Maks poeng: 1

### 4 Skalarpotensiale av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved  $\vec{v} = \vec{r} - 3(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$  der  $\vec{r}$  er posisjonsvektoren. Hva er skalarpotensialet til  $\vec{v}$ ?

Velg ett alternativ:

Har ikke skalarpotensial.

$$\frac{1}{2} \vec{r} \cdot \vec{r} - 3(x + y + z)$$



$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) - 3$$

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\frac{1}{2} \vec{r} \cdot \vec{r} + 3(x + y + z)$$




---

Maks poeng: 1

## 5 Kurveintegral

En ellipse  $C$  er parametrisert ved  $\vec{r} = \cos \theta \mathbf{i} + 2 \sin \theta \mathbf{k}$ , der  $\theta \in [0, 2\pi]$ . Gitt et vektorfelt  $\vec{v} = \frac{1}{2} z \mathbf{k}$ . Hva blir kurveintegralet  $\oint_C \vec{v} \times d\vec{r}$  i retning mot klokka? (Hint:  $\int \sin^2 \theta d\theta = \frac{1}{2}(\theta - \sin \theta \cos \theta) + \text{konstant}$ )

Velg ett alternativ:

- $-\mathbf{j}\pi$     
   $\vec{0}$     
   $\mathbf{k}\pi$     
   $\mathbf{j}2\pi$     
   $(\mathbf{i} + \mathbf{k})2\pi$

---

Maks poeng: 1

## 6 Taylor serie i to variable

En funksjon er gitt ved  $f(x, y) = e^x \cos y$ . Hvilket alternativ er en første ordens Taylor approksimasjon til  $f$  rundt origo?

Velg ett alternativ:

- $f(x, y) \approx x \sin y - y \cos x$   
  $f(x, y) \approx x$   
  $f(x, y) \approx x e^x \cos y - y e^x \sin y$   
  $f(x, y) \approx 1 + x$  ✓  
  $f(x, y) \approx x + y$

---

Maks poeng: 1

## 7 Flateelement

En flate er parametrisert med  $\vec{r}(u, v) = u \cos v \mathbf{i} - u \sin v \mathbf{k}$ . Hva er flateelementet  $d\sigma$ ?

Velg ett alternativ:

$du dv$

$u du dv$

$kdudv$

$ku du dv$

$vdudv$



---

Maks poeng: 1

## 8 Sirkulasjon av vektorfelt II

Et vektorfelt er gitt ved  $\vec{u} = xy\mathbf{i}$ . Hva blir sirkulasjonen  $\oint_C \vec{u} \cdot d\vec{r}$  rundt en trekant med hjørner i (0, 0), (1, 0) og (0, -1)? Sirkulasjonen går med klokka, dvs fra (0, 0) til (1, 0), så til (0, -1) og til slutt tilbake til (0, 0).

Velg ett alternativ:

-1

$\frac{1}{6}$

$-\frac{1}{6}$

0

1

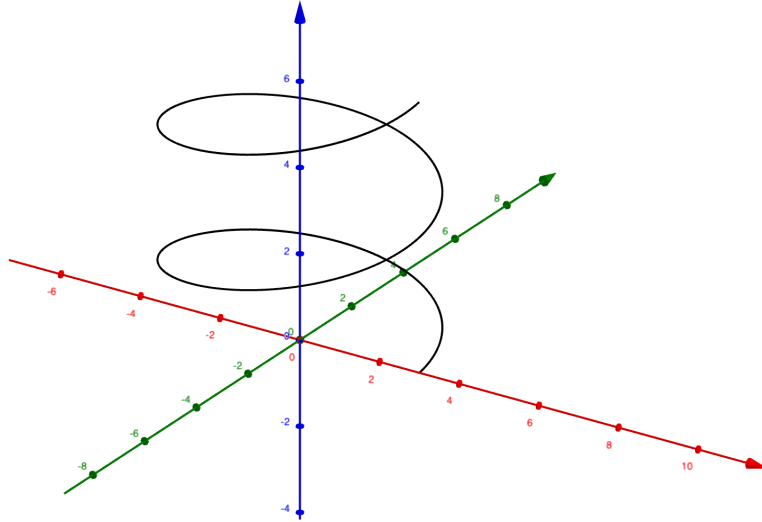


---

Maks poeng: 1

## 9 Buelengde

En spiral er parametrisert ved  $\vec{r}(t) = 3 \sin(2t)\mathbf{i} + 3 \cos(2t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$  der  $t \in [0, 2\pi]$ . Hva er buelengden til spiralen?



Velg ett alternativ:

- $2\pi\sqrt{35}$
- $12\pi$
- $11\pi$
- $13\pi$
- $2\pi\sqrt{37}$



Maks poeng: 1

## 10 Volumstrøm

Gitt et strømningsfelt med hastighetsvektor  $\vec{u}$ , og en vilkårlig lukket flate A med enhetsflatenormalvektor  $\vec{n}$ . Hvilket alternativ representerer volumstrømmen (fluksen) av  $\vec{u}$  gjennom flaten A?

Velg ett alternativ:

$\int_A \nabla \cdot \vec{u} d\sigma$

$\oint_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$  ✓

$\int_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$

$\oint_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$

$\int_A \vec{u} \vec{n} d\sigma$

---

Maks poeng: 1

## 11 Strømlinjer

Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet  $\vec{u} = z\mathbf{i} - x\mathbf{k}$ ?

Velg ett alternativ

Rette linjer parallelle med x- og z-aksene

Rette linjer parallelle med z-aksen

Sirkler rundt origo i x-y planet

Sirkler rundt origo i x-z planet ✓

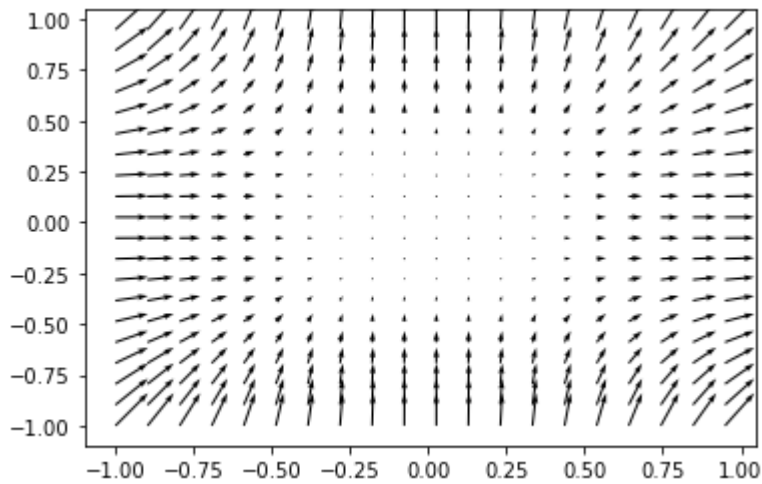
Rette linjer parallelle med x-aksen

---

Maks poeng: 1

## 12 Pilplott

Hvilket vektorfelt svarer pilplottet til?



Velg ett alternativ:

$$\vec{u} = xy\mathbf{i} + yx\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = -x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = x^2\mathbf{i} - y^2\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = \sin(2x\pi)\mathbf{i} + \cos(2y\pi)\mathbf{j}$$

$$\vec{u} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$$

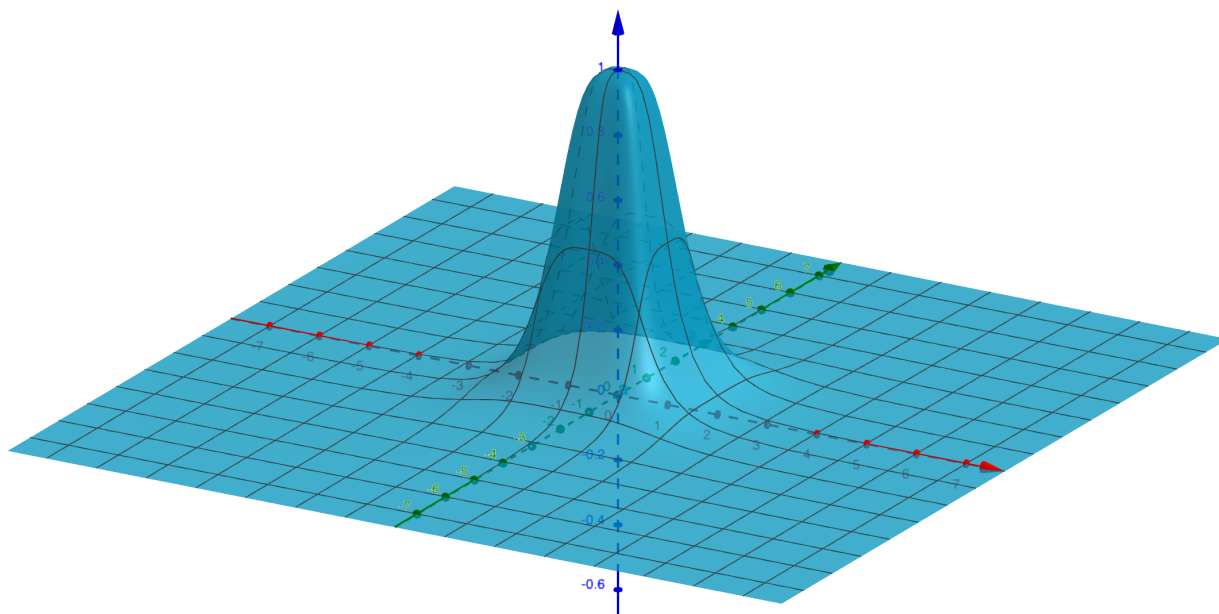



---

Maks poeng: 1

## 13 Flatelement II

En flate A er beskrevet av  $z = \frac{1}{1+x^4+y^4}$ . Flaten er illustrert under. Hva er flatelementet  $\vec{n}d\sigma$  til A når  $\vec{n}$  peker i positiv z-retning?



Velg ett alternativ

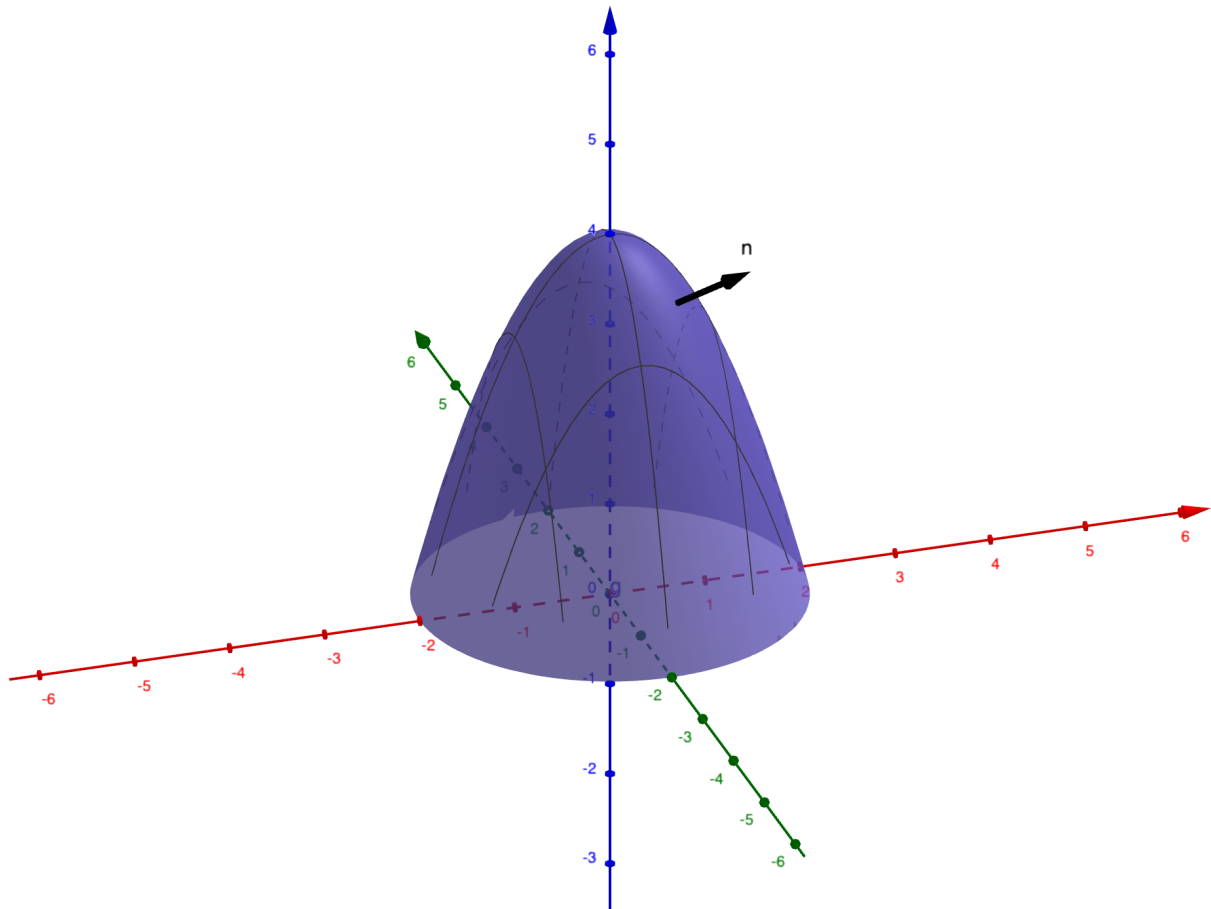
- $(\frac{4y^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{i} + \frac{4x^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy$
- $(\frac{4x^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{i} + \frac{4y^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy$  ✓
- $dx dy$
- $\mathbf{k} dx dy$
- $(\frac{4x^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{i} - \frac{4y^3}{(1+x^4+y^4)^2} \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy$

Maks poeng: 1



14 **Fluks**

En flate  $S$  er gitt ved  $z = 4 - x^2 - y^2$  og  $z \geq 0$  som illustrert under. Hva blir fluksen av vektorfeltet  $\vec{v} = \mathbf{k}$  gjennom flaten  $S$ ? La normalvektoren til  $S$  peke ut av flaten og oppover, som vist under.



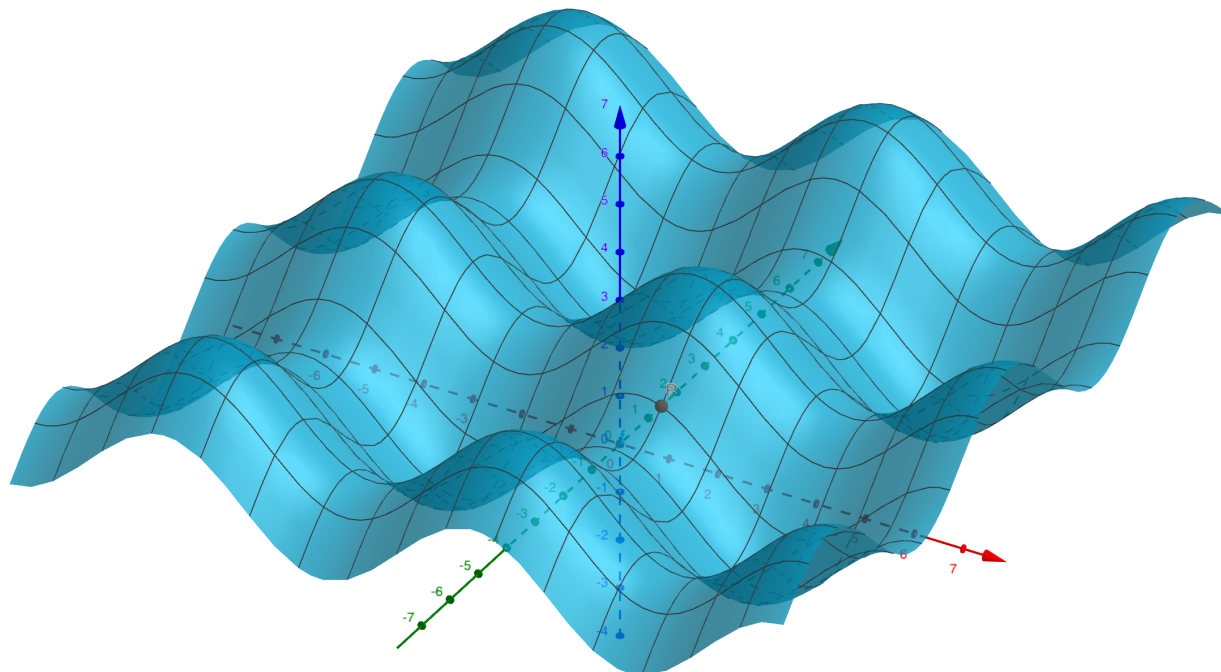
Velg ett alternativ:

- 0     
   $4\pi$      
   $\frac{3\pi}{4}$      
   $\frac{4\pi}{3}$      
   $2\pi$

Maks poeng: 1

## 15 Retningsderivert

Et funksjon  $f(x, y) = 2 + \sin x + \cos y$ , er illustrert som høyden  $z$  i figuren under. Figuren viser derfor en ekviskalarflate til skalarfeltet  $\beta(x, y, z) = f(x, y) - z$ . Vi har markert inn et punkt  $P$  i flaten ved  $(x, y, z) = (2, -2, f(2, -2))$ . Hva er den retningsderiverte av  $\beta(x, y, z)$  i punktet  $P$  i den retningen som peker direkte inn mot  $z$ -aksen (dvs, i retningen  $\mathbf{j} - \mathbf{i}$ )?



Velg ett alternativ:

0

 $\sin 2 - \cos 2$  $\frac{-1}{\sqrt{2}}(\cos 2 + \sin 2)$  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2 - \sin 2)$  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2 - \cos 2)$ 

Maks poeng: 1