

Fasit for avsluttende eksamen i MEK1100 gitt 1 juni 2017

Oppgave 1

1a

Side $x = 0$ har normalvektor $\mathbf{n} = -\mathbf{i}$, integranden av fluksintegral 0.

Side $x = 1$ har normalvektor $\mathbf{n} = \mathbf{i}$, fluksintegral 2.

Side $y = 0$ har normalvektor $\mathbf{n} = -\mathbf{j}$, integranden av fluksintegral 0.

Side $y = 1$ har normalvektor $\mathbf{n} = \mathbf{j}$, fluksintegral 1/4.

Side $z = 0$ har normalvektor $\mathbf{n} = -\mathbf{k}$, integranden av fluksintegral 0.

Side $z = 1$ har normalvektor $\mathbf{n} = \mathbf{k}$, fluksintegral 1/2.

Total integrert fluks 11/4.

1b

Samme svar med Gauss sats, må integrere divergensen $\nabla \cdot \mathbf{v} = 8xy + xz + 2yz$.

Oppgave 2

2a

Virvling $\nabla \times \mathbf{v} = -\frac{U}{h}\mathbf{i}$ ulik null, følgelig ikke potensialstrøm.

2b

Tverrsnittet $y = 0$ har normalvektor $\mathbf{n} = \mathbf{j}$.

Integrert volumfluks ahU .

2c

Kontinuitetslikninga: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

Alle deriverte av ρ er null fordi tettheten er konstant, divergens $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, følgelig er kontinuitetslikninga oppfylt.

2d

Akselerasjonsleddene i Eulers liking er lik null (fordi hastigheten ikke avhenger av tid og hastigheten har kun en komponent i y -retning som ikke er funksjon av y). Følgelig er trykket hydrostatisk $p = p_0 - \rho g z$.

2e

Linjestykkene mellom overflaten og bunnen er orientert i z -retning, men hastighetsfeltet er horisontalt, ingen bidrag til sirkulasjonen.

Linjestykket langs bunnen er der hvor hastigheten er null, ingen bidrag til sirkulasjonen.

Linjestykket langs overflaten er orientert i negativ y -retning, strømmen går i positiv y -retning med styrke U , følgelig ser vi at svaret må bli $-bU$.

Stokes sats gir samme svar, vi må da integrere virvlinga $\nabla \times \mathbf{v} = -\frac{U}{h}\mathbf{i}$ over firkanten.

Oppgave 3

3a

Divergens $\nabla \cdot \mathbf{v} = -\frac{v_0}{r}$.

3b

Virvling $\nabla \times \mathbf{v} = 2\omega\mathbf{k} = 2\boldsymbol{\omega}$.

3c

Lokalderivert

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{0}$$

Konvektivt derivert

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\omega^2 r \mathbf{i}_r - 2\omega v_0 \mathbf{i}_\theta$$

Personen vil altså bli akselerert samtidig både inn mot sentrum og motsatt rettet rotasjonsretningen. Hun vil derfor føle at hun blir kastet samtidig både utover og framover i karusellens rotasjonsretning.