Fasit for deleksamen i MEK1100 gitt 21 mars 2017

Oppgave 1

1a $[\mu] = \text{Ns/m} = \text{kg/s}, \qquad [\nu] = \text{N s}^2/\text{m}^2 = \text{kg/m}$

1b Den mest "vanlige" løsningen (?):

Variable: $F^* = F\nu/\mu^2 \quad v^* = v\nu/\mu \qquad$ Likning: $F^* = v^* + (v^*)^2$

En "kreativ" løsning er å bestemme v_m og F_m til bunnpunktet der hvor $\mathrm{d}F/\mathrm{d}v = 0$: $\qquad v_m = -\frac{\mu}{2\nu} \quad F_m = -\frac{\mu^2}{4\nu}$

Variable: $F^* = F/F_m \quad v^* = v/v_m \qquad$ Likning: $F^* = 2v^* - (v^*)^2$

Oppgave 2

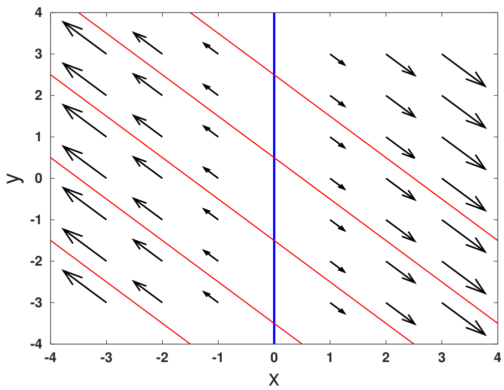
1a $\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 1$

1b $\nabla \times \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{k}$

1c Det eksisterer ikke et potensial fordi $\boldsymbol{v}$ ikke er virvelfri.

1d Det eksisterer ikke en strømfunksjon fordi $\boldsymbol{v}$ ikke er divergensfri.

1e Alle punkter som oppfyller $x = 0$ er stagnasjonspunkter, disse er markert med blå linje i figuren.



1f Likningene som bestemmer strømlinjene stammer fra $\boldsymbol{v} \times \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0}$, disse likningene er $x\,\mathrm{d}z = 0$ og $x(\mathrm{d}x + \mathrm{d}y) = 0$. Disse likningene har to løsninger, enten $x = 0$ (som ikke er så interessant fordi det er alle stagnasjonspunktene) eller $\{x + y = \text{konstant og } z = \text{konstant}\}$. Et utvalg av disse er markert med røde linjer i figuren.

1g Kurveintegralet langs hver av de fire rette linjene er henholdsvis $\frac{1}{2}$, -1, $-\frac{1}{2}$ og 0. Følgelig er sirkulasjonen -1. Virvlinga er konstant lik $-\boldsymbol{k}$ og arealet av kvadratet er 1, følgelig får vi samme svar ved hjelp av Stokes sats.

1h Enklest å bruke Gauss sats: Divergensen er konstant lik 1, volumet av kula er $4\pi/3$, den integrerte fluksen ut av kuleskallet er $4\pi/3$.