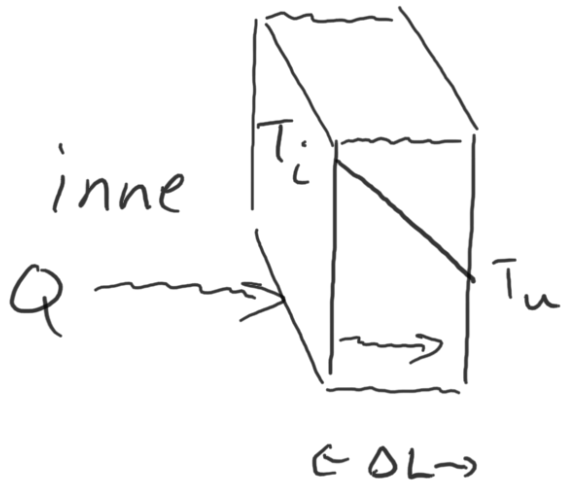
Varmeledning vinduer
Kap 11

Vi har varmeledningsevnen til et vilkårlig materiale

$$\frac{\text{Varmeflux}}{\text{areal}} = \frac{Q}{A} = \frac{k\,\Delta T}{\Delta L}$$

k - varmeledningstall
ΔT - temperaturforskjell
ΔL - tjukkelse på materiale



$\Delta T = T_i - T_u$

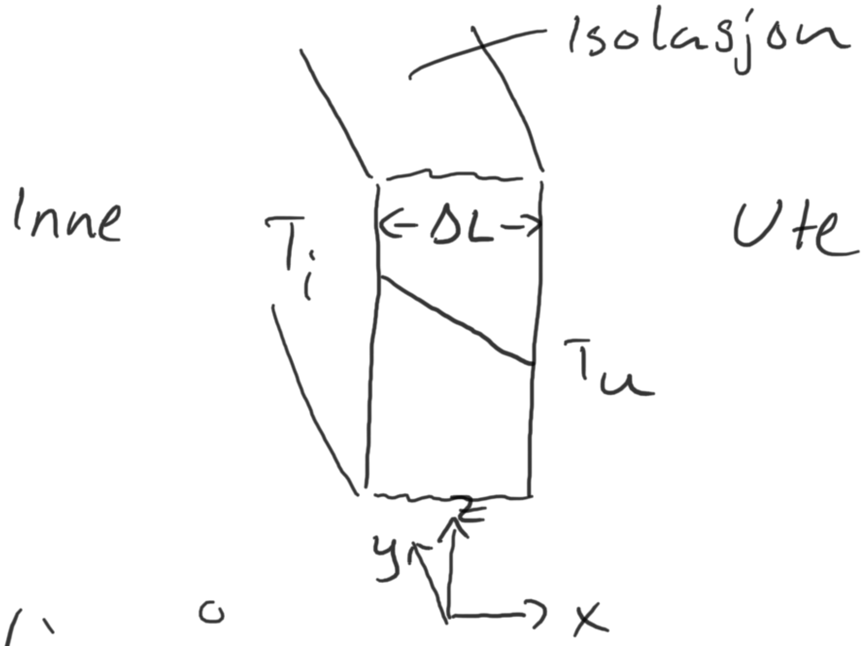
ΔL øker $\Rightarrow$ Q minsker
Velg tjukk isolasjon!

Denne ingeniørmodellen kommer fra varmelikningen.

For vilkårlig materiale har vi

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \chi \nabla^2 T + \frac{q}{\rho c}$$

Hvis vi nå ser på et isolasjonsmateriale (for eksempel glass, glava, stål) mellom et varmt og kalt domene (inne/ute)



Rimelig å anta

- steady-state $\rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = 0$
- ingen konveksjon $\rightarrow \vec{v} \cdot \nabla T = 0$
- ingen kilde $\rightarrow q = 0$

Får da

$$0 = \kappa \nabla^2 T \qquad \nabla \cdot k \nabla T = 0$$

eller

$$\nabla^2 T = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Løser: $T = c_0 x + c_1 \quad , \; c_i = \text{konst}$

Med grensebetingelser:

$$T(x) = -\frac{T_i - T_u}{\Delta L} x + \frac{T_i + T_u}{2}$$

Varmefluks er da

$$\vec{H} = -k \nabla T \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

$$\vec{H} = \frac{k \Delta T}{\Delta L} \hat{i} \quad , \; \Delta T = T_i - T_u$$

som er ingeniørmodellen.

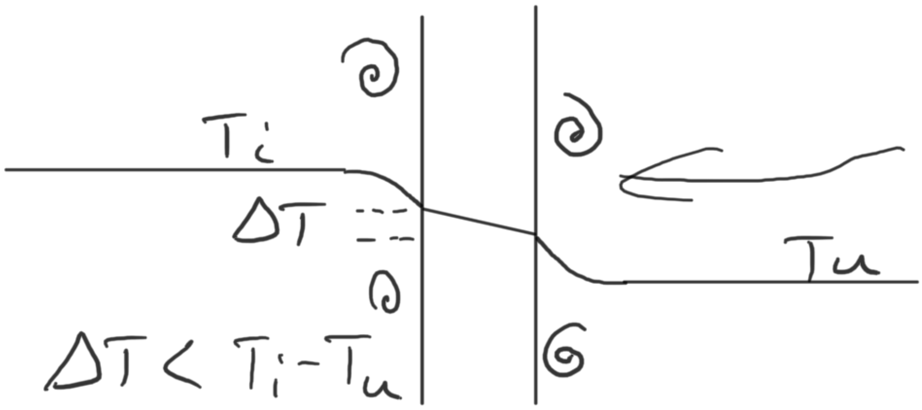
Vindu

Anta først at et vindu bare består av glass. Glasset er 2,5 mm tjukt og har $k_g = 0{,}837 \frac{W}{mK}$. $T_i = 20°C$ og $T_u = 0°C$. Får da

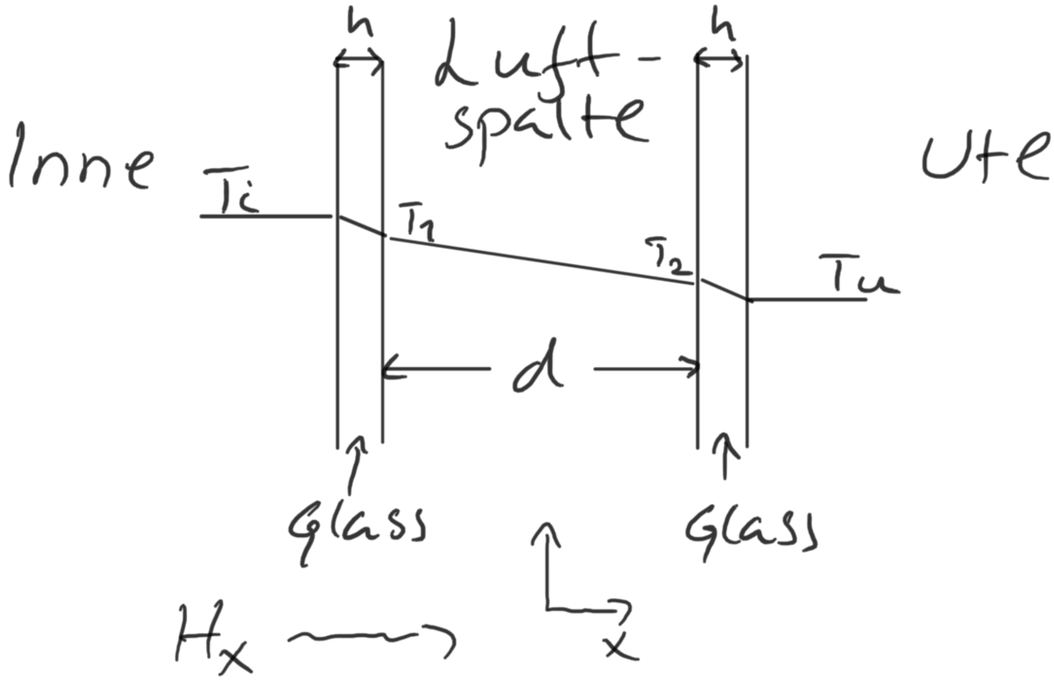
$$H_x = \frac{0{,}837}{2{,}5 \cdot 10^{-3}} \cdot 20$$

$$\underline{H_x = 6{,}7 \frac{kW}{m^2}}$$

Med andre ord: et slikt vindu på størrelse $1 m^2$ vil koste ca $6{,}7 \cdot 24 = 161$ kWh i døgnet pga varmetap. Med pris 60 øre/kWh koster det 96 kr per døgn, eller ca 2900 kr per måned. Et hus har gjerne flere vinduer, så det blir dyrt! Heldigvis er beregningen ikke veldig realistisk. Strømninger (konveksjon) i luft inne og ute vil gi ganske mye lavere ΔT.



Et vanlig vindu har flere lag, med luftspalter



Løsning for hvert lag

$$\text{glass 1}: \quad H_x^1 = k_G \frac{T_i - T_1}{h}$$

$$\text{Luft}: \quad H_x^L = k_L \frac{T_1 - T_2}{d}$$

$$\text{glass 2}: \quad H_x^2 = k_G \frac{T_2 - T_u}{h}$$

Varmefluksen gjennom alle lag må være like $(H_x^1 = H_x^L = H_x^2)$

$$k_G \frac{T_i - T_1}{h} = k_L \frac{T_1 - T_2}{d} = k_L \frac{T_2 - T_u}{h}$$

Tre likninger med tre ukjente,
H_x, T_1 og T_2.

Løser $\Rightarrow$ $H_x = \frac{\alpha}{1+2\alpha} k_g \frac{T_i - T_u}{h}$

$$\alpha = \frac{k_L}{k_g} \frac{h}{d}$$

Kan skrive som

$$H_x^{luftlag} = \frac{\alpha}{1+2\alpha} H_x^{glass}$$

Faktoren $\frac{\alpha}{1+2\alpha}$ er forbedringen i varmetap.

For samme $T_i = 20°C$, $T_u = 0°C$, $h = 2{,}5\,mm$, og med $d = 10\,mm$, $k_L = 0{,}025 \frac{W}{mK}$

$$\frac{\alpha}{1+2\alpha} = 0{,}0074$$

Varmefluksen nå

$$0{,}0074 \cdot 6{,}7 \frac{kW}{m^2} = 50 \frac{W}{m^2}$$

Med kostnad

$$0{,}0074 \cdot 2900 \frac{kr}{måned}$$

U-verdi

Vinduer selges med såkalt U-verdi. U-verdien er

$$H_x = U \Delta T$$

Altså tilsvarende

$$\frac{k_g}{h}$$ 1 glass

$$\frac{\alpha}{1+2\alpha}\frac{k_g}{h}$$ 2 glass 1 luftlag

$\vdots$

U-verdien måles ved eksperiment og får dermed også med effekten av strømning i grensesjikt nær glasset.