

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK3230 — Fluidmekanikk
Eksamensdag: Mandag 3. juni 2013
Tid for eksamen: 14.30 – 18.30
Oppgavesettet er på 2 sider.
Vedlegg: Ingen
Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsamlung, godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

(Oppgaven er relevant for bølgeanalyse i "offshore hydrodynamikk".)

Vi studerer en to-dimensjonal friksjonsfri og inkompressibel fluidbevegelse, som drives av en sirkulær sylinder i bevegelse med hastighet $U\mathbf{i}$ langs x -aksen der \mathbf{i} er enhetsvektor. Bevegelsen foregår i et ubegrenset felt. Det er ingen tyngde. Hastighetsfeltet til fluidet kan beskrives med gradienten til et hastighetspotensial ϕ . Sylinderadien er a .

- Sett opp den kinematiske randbetingelsen for ϕ langs sylinderen.
- Potensialet ϕ (som er Laplacisk) kan representeres med en to-dimensjonal dipol (i sylinderens senter) med en styrke som vi kaller M . Bestem M slik at potensialet tilfredsstiller den kinematiske randbetingelsen på sylinderen.
- Vi lar sylinderens hastighet være en harmonisk funksjon av tiden slik at $U = U(t) = U_0 \sin \omega t$ der ω er sirkelfrekvensen og U_0 er største hastighet i syklusen.
Bestem det *lineære* trykket langs sirkelkonturen (dvs. kvadratiske hastighetsledd skal ikke tas med).
- Finn den lineære, horisontale kraften på sylinderen.

Oppgave 2

(Oppgaven er relevant for flyindustri og vindenergi.)

Et to-dimensjonalt hastighetsfelt beskrives med det komplekse potensialet $\beta_1(z) = i \ln(z - 1)$ der $z = x + iy$, alternativt det reelle potensialet $\phi_1(x, y) = -\tan^{-1} \frac{y}{x-1}$. Det er ingen friksjon.

- Finn strømfunksjonen, hastighetsfeltet, og skissér strømlinjene. Angi hastighetsvektorene grafisk.

(Fortsettes på side 2.)

- b) Vi innfører en vertikal vegg i $x = 0$. (Dvs. y -aksen representerer en vegg.)

Finn et hastighetspotensial $\beta_2(z)$, alternativt et reelt potensial $\phi_2(x, y)$, slik at $\beta_1(z) + \beta_2(z)$, alternativt $\phi_1(x, y) + \phi_2(x, y)$, tilfredsstill den kinematiske randbetingelsen på veggen.

- c) Finn trykket langs veggen (ta med kvadratisk ledd!).

Oppgave 3

(Oppgaven er relevant for turbulensberegninger.)

- a) Sett opp Reynolds' spenningstensor (matrise) for en to-dimensjonal strømning. Definér meget kort nødvendige størrelser.

(Oppgaven er relevant for f.eks. studiet av torden.)

- b) Betrakt lineær akustisk bevegelse i en en-dimensjonal kompressibel strømning med tetthet ρ , hastighet u og trykk p . Vi antar at

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \rho' \\ u &= u' \\ p &= p_0 + p'\end{aligned}$$

der $\rho' = \rho'(x, t)$, $u' = u'(x, t)$ og $p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0 \rho'$ og der ρ_0, p_0 og $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0$ er konstante. Vi antar at $\rho' \ll \rho_0$ og $u' \ll c$ (der c er lydhastigheten). Sett opp kontinuitetsligningen og bevegelsesligningen for perturbasjonene ρ' og u' .

Lineariser disse ligningene.

- c) Kombinér det to ligningene fra oppgave b) og utled en annenordens partiell differensialligning for ρ' eller u' .
Definér lydhastigheten fra den ligningen du har utledet.

SLUTT