

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK3230 — Fluidmekanikk

Eksamensdag: Onsdag 28. mai 2014

Tid for eksamen: 14.30 – 18.30

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematishe Formelsamlung, godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

- Vi betrakter to-dimensjonal strømning. Skriv opp hastighetspotensialet (enten reelt eller komplekst) for: en punktkilde lokalisert i $x = a$, $y = 0$, en punktvirvel lokalisert i $x = 0$, $y = b$, en dipol lokalisert i $x = 0$, $y = b$.
- Finn hastighetsfeltet til hvert av potensialene i oppgave a). Skisser disse (tegn hastighetsvektorer).
- Gitt det komplekse potensialet

$$\beta(z) = i z^3 \quad \text{der} \quad z = x + iy$$

Bestem det reelle potensialet og strømfunksjonen. Finn hastighetene. Skisser strømlinjene.

- Tsunamier er ultralange bølger som drives av tyngden (tyngdeakselerasjonen g) langs et vannlag med dybde h og har en bølgefart c . Oppgaven går ut på å bestemme bølgefarten ved dimensjonsanalyse. Sett opp dimensjonsmatrisen for problemet. Hvor mange dimensjonsløse størrelser inngår? Bruk Buckingham's Pi-teorem til å bestemme bølgefarten.

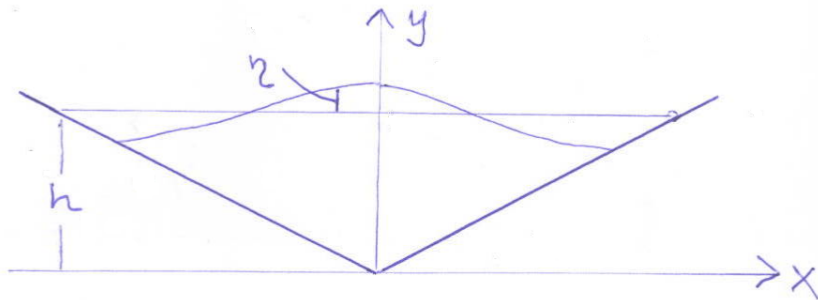
Oppgave 2

Tyngdebølger kan bevege seg langs en fri overflate. Vi studerer slik bevegelse i to dimensjoner der x er horisontal koordinat og y er vertikal. Tyngden virker langs negativ y -akse. Det er et konstant trykk p_0 ved overflaten. Vi antar at bevegelsen beskrives ved et hastighetspotensial. Det er ingen friksjon.

- Sett opp lineær kinematisk og dynamisk randbetingelse på overflaten.

(Fortsettes på side 2.)

I resten av oppgaven foregår bevegelsen i et kar, se figur. Oppgaven er relevant som modell og numerisk sjekk av såkalt "sloshing" i containerskip, innsjøer og fjorder.



Vi antar at hastighetspotensialet for bevegelsen er gitt ved

$$\phi(x, y, t) = A(t)(3x^2y - y^3) + B(t)$$

der $A(t)$ og $B(t)$ er funksjoner av tiden som skal bestemmes. Bevegelsen foregår i karet (figur) som ved ro er fylt av et fluid for $0 < y < h$, $y > (\sqrt{3}/3)|x|$, $0 \leq |x| < \sqrt{3}h$.

- b) Formuler den kinematiske randbetingelsen langs $y = \pm(\sqrt{3}/3)x$ ($0 \leq |x| < \sqrt{3}h$).
- c) Utled en differensialligning for $A(t)$. Bestem $A(t)$ når vi antar at $A(t) = 0$ ved tiden $t = 0$. Bestem også $B(t)$. Hint: Bruk betingelsene fra oppgave a).
- d) Finn overflatehevningen.
- e) Bestem trykket i væsken for $x = 0$, $0 < y < h$.
- f) Begrunn hvorfor $x = 0$ representerer en vegg. Finn trykkraften på denne veggen.

SLUTT