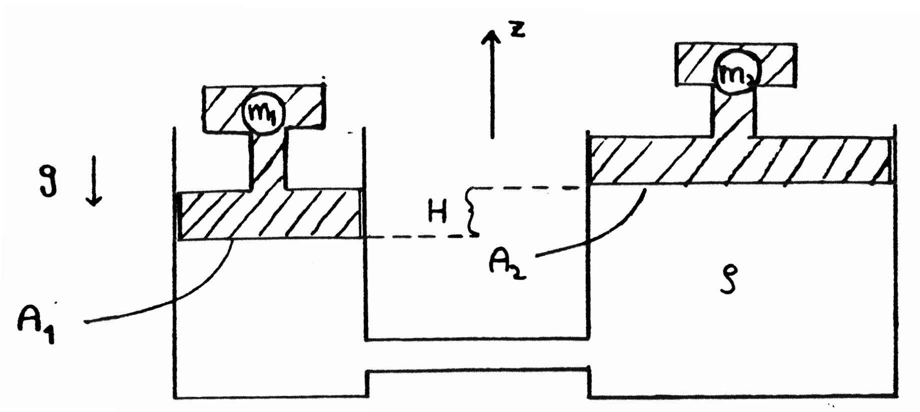
UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	ME 102 — Innføring i fluidmekanikk.
Eksamensdag:	Torsdag 9. desember 1993.
Tid for eksamen:	09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematische Formelsammlung.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.



To beholdere fylt med viskøs væske er forbundet med et rør. Stemplene med masse m_1 og m_2 og areal A_1 og A_2 kan gli friksjonsfritt og uten lekkasje langs beholdernes innside. Tettheten i væsken ρ er konstant og tyngden er eneste volumkraft.

a) Sett opp bevegelseslikningen og vis at væsketrykket er bestemt ved

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

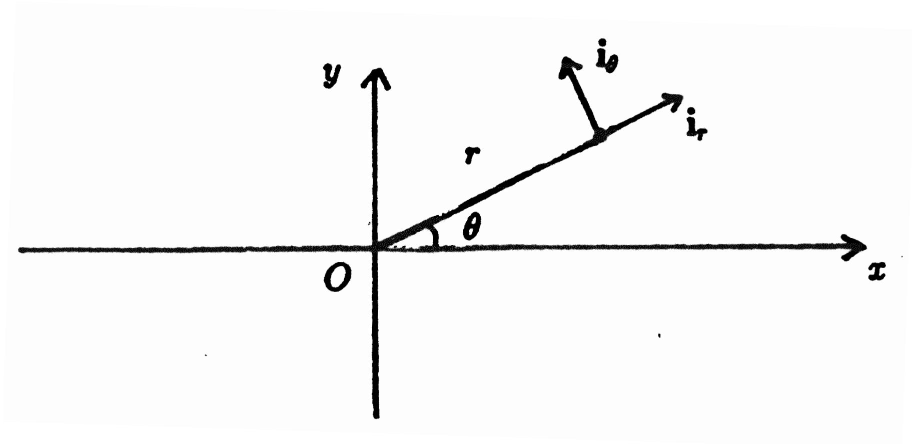
når væsken er i ro og i likevekt.

(Fortsettes side 2.)

b) Bestem H når systemet er i likevekt. Er likevekten stabil?

Oppgave 2.

Vi betrakter to-dimensjonal stasjonær, friksjonsfri, virvelfri strøm av en homogen inkompressibel væske. For å beskrive strømmen benytter vi aksekorset vist på figuren



Gradienten til en skalar φ og divergensen til en vektor $\boldsymbol{v} = v_r \boldsymbol{i}_r + v_\theta \boldsymbol{i}_\theta$ er hhv. gitt ved

$$\nabla\varphi = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \quad \text{og} \quad \nabla \cdot \boldsymbol{v} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\, v_r\Big) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}$$

a) Vis at hastighetspotensialet

$$\varphi(r,\theta) = \frac{Q}{2\pi}\ln r + \frac{C}{2\pi}\theta$$

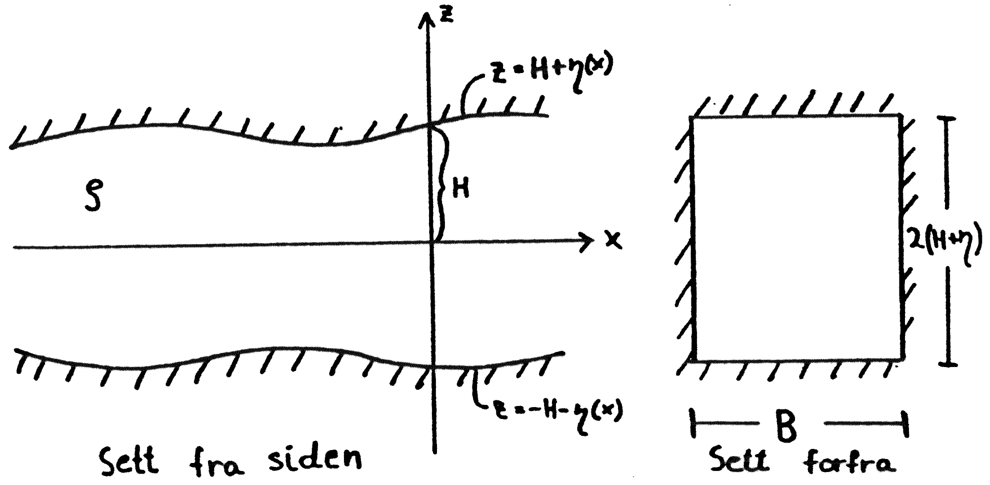
kan beskrive en strøm av væsken når vi utelukker origo O fra væskeområdet. Q og C er konstanter.

b) Vis at volumstrømmen pr. lengdeenhet gjennom en vilkårlig lukket kurve som omslutter origo er Q. Hvilken tolkning kan vi gi konstanten C?

c) Finn strømfunksjonen til hastighetstfeltet og skisser strømlinjene.

(Fortsettes side 3.)

Oppgave 3.



Homogen inkompressibel og friksjonsfri væske med tetthet ρ, strømmer stasjonært gjennom en uendelig lang lukket kanal. Bevegelsen er virvelfri og det er ingen volumkrefter. Volumstrømmen i kanalen er Q og $\eta(x) = a \sin \frac{2\pi}{L} x$. a, L, H og B er konstanter. Vi har at $\frac{a}{L} \ll 1$ og $\frac{a}{H} \ll 1$, da kan grenseflatebetingelsene lineariseres.

a) Finn et tilnærmet uttrykk for hastighetsfeltet i kanalen $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(x, z)$.

b) Skisser hastighetsprofilet ved $x = -\frac{L}{4}$ og $x = \frac{L}{4}$. Hvilke krav må legges på kanalen for at hastigheten kan regnes konstant over tverrsnittet.

c) Beregn resultantkraften fra væsken på kanalen mellom $x = 0$ og $x = \frac{L}{4}$ når trykket er p_0 for $x = z = 0$, og kommenter eventuelle tilnærmelser.

SLUTT