UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	ME 102 — Innføring i fluidmekanikk.
Eksamensdag:	Torsdag 8. desember 1994.
Tid for eksamen:	09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematische Formelsammlung.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Vi betrakter to-dimenasjonal strømning i xy-planet av en homogen, inkompressibel, friksjonsfri væske. Strømhastigheten har komponenter

$$
\begin{aligned}
u &= u_0 + a_1 x + a_2 y \\
v &= v_0 + b_1 x + b_2 y
\end{aligned}
$$

henholdsvis i x og y-retningen. u_0, v_0, a_1, a_2, b_1 og b_2 er konstanter.

a) Hvilken betingelse må være oppfylt mellom konstantene a_1 og b_2?

b) Finn strømfunksjonen.

c) Hva er betingelsen for at det skal eksistere et hastighetspotensial? Finn hastighetspotensialet.

d) Skisser strømlinjene når

  i) $a_2 = b_1 \neq 0$ og alle de øvrige konstantene er null

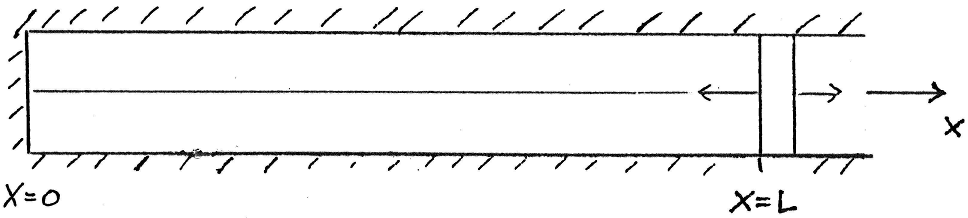
  ii) a_1 og $b_2 \neq 0$ og alle de øvrige konstantene er null.

e) Bestem trykket i væsken når hastighetsfeltet er virvelfritt. Trykket i $x = y = 0$ er p_0. Det er ingen volumkrefter.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

Ett rett jevntykt rør inneholder en kompressibel gass. x-aksen er plassert langs rørets senterakse, se figur, og røret er begrenset av en fast vegg ved $x = 0$. Ved den andre enden er det et stempel. Ved likevekt (når stemplet er i ro ved $x = L$) er gassens tilstand gitt ved trykket p_0, tettheten ρ_0 og det er ingen hastighet. Stemplet begynner å svinge med høy frekvens og små utslag omkring $x = L$. Hastigheten til stemplet er $u_0 \cos \omega t$, hvor u_0 og ω er konstanter og t er tiden.



Stemplets bevegelse gjør at det genereres lydbølger i gassen inne i røret. Det settes dermed opp en hastighet $u(x, t)$ i x-retning og trykk- og tetthetsperturbasjonene er gitt henholdsvis ved $p'(x, t)$ og $\rho'(x, t)$. Disse størrelsene avhenger bare av x og t, og antas små slik at bevegelses-, kontinuitets- og tilstandslikningen kan lineariseres. Det antas at tettheten bare er en funksjon av trykket. Vi ser bort fra volumkrefter.

a) Finn posisjonen for stemplet, $x_s(t)$, når $x_s(t = 0) = L$.

b) Forklar at bevegelseslikningen, kontinuitetslikningen og tilstandslikningen for gassen kan skrives hhv.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}, \qquad \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \rho' = \rho_0 \kappa_{s0} p'$$

hvor κ_{s0} er kompressibiliteten (for en adiabatisk prosess) ved referansetilstanden 0.

c) Utled fra likningene i b) en bølgelikning for u og formuler randbetingelsene for u.

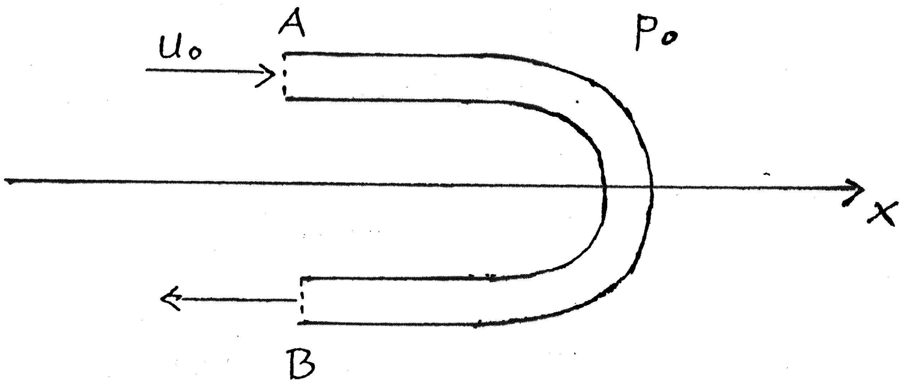
d) Anta løsning av formen $u(x, t) = \hat{u}(x) \cos \omega t$ hvor $\hat{u}(x)$ er en funksjon av x. Bestem denne funksjonen.

e) Finn forflytningen av gasspartiklene inne i røret.

(Fortsettes side 3.)

Oppgave 3.

En homogen, inkompressibel væske strømmer gjennom et U-formet rørbend med samme tverrsnitt, S, i hele bendet. Trykket i væsken ved A er lik lufttrykket p_0 utenfor røret.



Væsken kommer inn i rørbendet ved A med konstant hastighet u_0 i x-retningen og forlater rørbendet ved B med hastighet rettet i motsatt retning. Vi ser bort fra volumkrefter og friksjonskrefter i væsken.

a) Sett opp impulslikningen for væsken i rørbendet og finn kraften som må til for å holde rørbendet i ro.

SLUTT