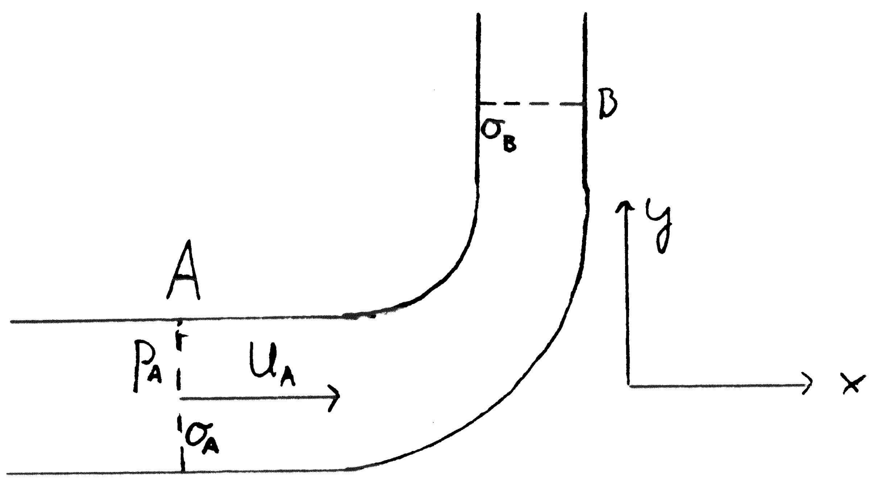
UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	ME 102 — Innføring i fluidmekanikk.
Eksamensdag:	Torsdag 7. desember 1995.
Tid for eksamen:	09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematische Formelsammlung.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.



En homogen, inkompressibel, friksjonsfri væske strømmer stasjonært gjennom et bøyd rør, se figur. Ved snittflaten A, som står normal på x-aksen, er rørets tverrsnittsareal σ_A og væskehastigheten, som regnes konstant over tverrsnittet, er $U_A\boldsymbol{i}$, hvor $\boldsymbol{i}$ er enhetsvektoren langs x-aksen. Trykket ved A er p_A (konstant). Vi ser bort fra volumkrefter.

(Fortsettes side 2.)

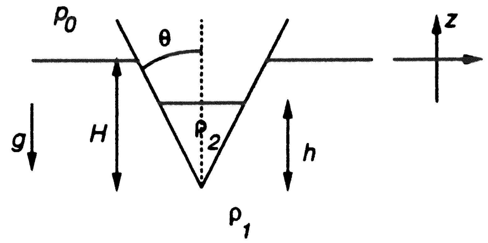
a) Finn trykket og hastigheten ved snittflaten B som står normalt på y-aksen og har areal σ_B.
Her antas hastigheten å være konstant over tverrsnittet og rettet langs vektoren $\boldsymbol{j}$. $\boldsymbol{j}$ er enhetsvektoren langs y-aksen.

b) Finn kreftene fra væsken på den delen av røret som er begrenset av snittflatene A og B.

Oppgave 2.

En åpen og masseløs beholder med form som en kjegle, inneholder en væske med konstant tetthet ρ_2. Den flyter i en væske med konstant tetthet ρ_1. Over væsken er trykket p_0. Beholderen kan bare bevege seg fritt i vertikalretningen.

Væsken i beholderen står med høyden h over bunnen av beholderen, og denne bunnen befinner seg i avstanden H fra overflaten til den omkringliggende væske. Tettheten $\rho_2 > \rho_1$. Kjeglens vegg står i vinkelen θ til en vertikal akse gjennom kjeglen. Tyngdeakselerasjonen er g. Se figur.



(Volumet av en kjegle med vinkel θ som beskrevet, og høyde a, er gitt som $\frac{1}{3}\pi a^3 \tan^2\theta$.)

Under a) og b) antar vi at begge væskene og beholderen er i ro og likevekt.

a) Bestem trykket i væskebadet (med tetthet ρ_1).

b) Hva blir relasjonen mellom h og H?

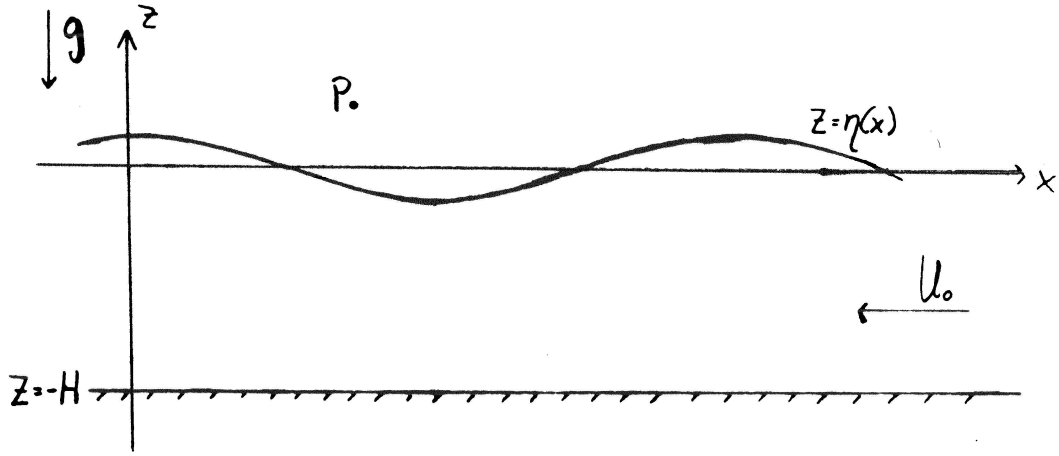
c) Det går et lite hull i bunnen av beholderen. Hva skjer?
En ny likevekt nås etter en stund. Beskriv situasjonen.

Beskriv formen på en klasse masseløse beholdere som er slik at om de var delvis fyllt med væsken med tetthet ρ_2, og det gikk et lite hull i bunnen, så ville vi fortsatt ha en likevekt.

Oppgave 3.

En homogen, inkompressibel, friksjonsfri væske grenser inn mot en fast plate ved $z = -H$. Opprinnelig strømmer væskelaget med hastigheten $-U_0\boldsymbol{i}$, hvor U_0 er konstant og $\boldsymbol{i}$ er enhetsvektoren langs x-aksen, og lagets tykkelse er H, slik at overflaten er gitt ved $z = 0$.

(Fortsettes side 3.)



Vi skal undersøke muligheten for stasjonære bølger på overflaten og antar en overflateform

$$\eta(x) = a \cos kx$$

hvor a og k er konstanter. Det forutsettes at $\left|\frac{a}{H}\right| \ll 1$ og $|ak| \ll 1$.

På grunn av bølgebevegelsen vil det opptre hastighetsperturbasjoner u og w slik at det totale hastighetsfeltet kan skrives $\boldsymbol{v} = (-U_0 + u)\boldsymbol{i} + w\boldsymbol{k}$, hvor $\boldsymbol{k}$ er enhetsvektoren langs z-aksen. Vi antar videre at hastighetsfeltet $\boldsymbol{v}$ er virvelfritt og at tyngden er eneste volumkraft. Over væskelaget er det luft ved konstant trykk p_0.

a) Formuler randverdiproblemet for væskebevegelsen.

b) Lineariser problemet.
(Vis blant annet at den dynamiske betingelsen linearisert blir
$-U_0 u + g\eta =$ konstant ved $z = 0$.)

c) Finn bevegelsen.

d) Finn eventuelle betingelser på U_0 for at stasjonære bølger skal være en mulig løsning. Skisser partikkelbaner.

e) Bestem trykket i væsken.
Under hvilke betingelser får vi tilnærmet hydrostatisk trykkfordeling?

SLUTT