

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

- Eksamen i: ME 102 — Innføring i fluidmekanikk.
Eksamensdag: Mandag, 10. desember 2001.
Tid for eksamen: 09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.
Vedlegg: Ingen.
Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formel-sammling.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

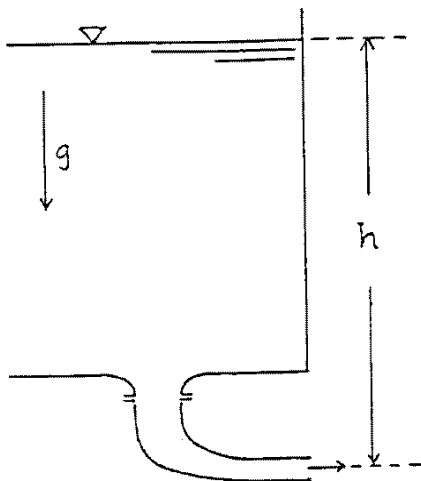
Oppgave 1.

- Utled Eulers og Bernoullis trykklikninger og presiser forutsetningene for disse.
- En bevegelse er startet fra ro ved tiden $t = t_0$.
Hva er betingelsen for at bevegelsen skal være hvirvelfri for alle $t > t_0$?
Begrunn svaret.
- I sylindriske polarkoordinater (r, φ, z) er det gitt en strømfunksjon $\psi = Ar^k \sin k\varphi$ hvor A og k er positive konstanter.
Finn hastigheten og hvirvlingen i feltet.
Sett $k = 2$ og skisser strømlinjene.
Hvorfor kalles dette feltet en stagnasjons-strømning?

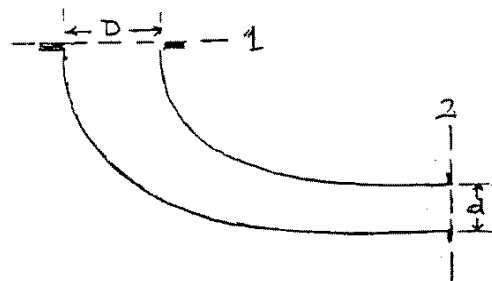
Oppgave 2.

Væske som regnes homogen, inkompressibel og friksjonsfri strømmer stasjonært ut gjennom en liten åpning i en stor tank som vist på fig. 1. Væskens tetthet er ρ , trykket utenfor tanken er atmosfæretrykket p_0 og tyngdens aksellerasjon g .

(Fortsettes side 2.)



Figur 1

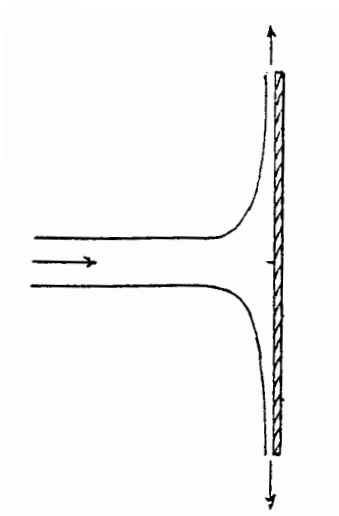


Figur 2

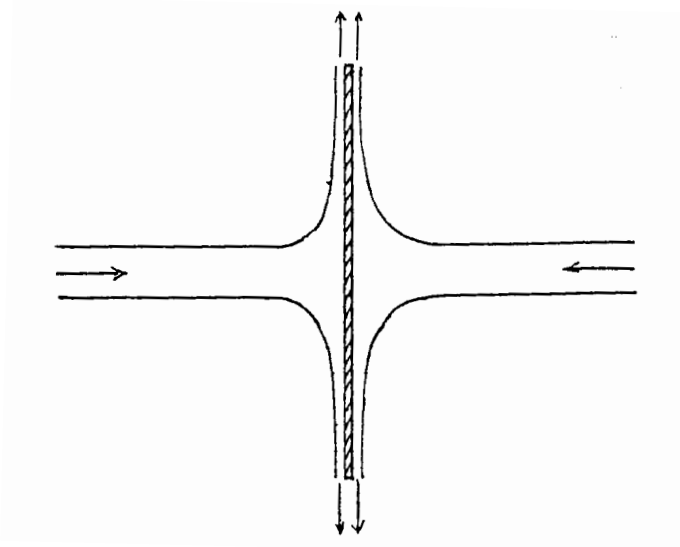
Åpningen har sirkulært tverrsnitt og er utformet som vist på fig. 2. med et bøyd strålemunnstykke der tverrsnittene 1 og 2 står 90° på hverandre. Hastigheten regnes uniform over tverrsnittene 1 (diameter D) og 2 (diameter d).

- Sett opp impulslikningen (uten utledning). Hva betyr de forskjellige leddene i likningen?
- Finn hastigheten ved utløpet.
- Finn hastighet og trykk ved tverrsnitt 1. Finn kraften som virker på stålemunnstykket pga. strømmingen når $D = 2d$.

Vi tenker oss at den horisontale strålen fra munnstykket treffer en vertikal plate som vist på fig. 3.



Figur 3



Figur 4

- Finn kraften som virker på platen fra strålen.

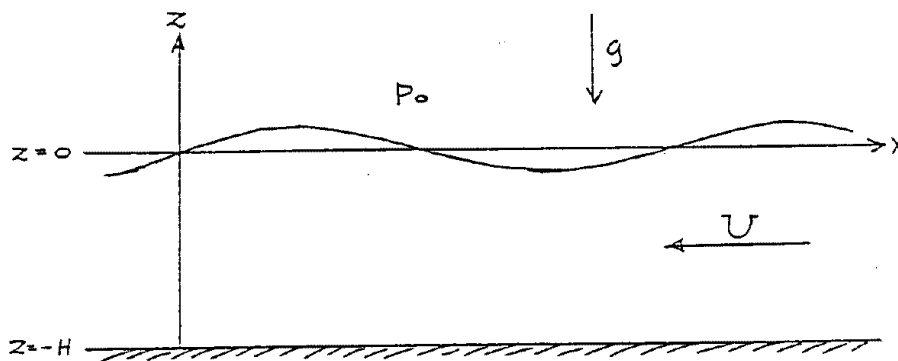
(Fortsettes side 3.)

Platen treffes nå av to motsatt rettede horisontale stråler som vist på fig. 4. Hastighet og diameter på de to strålene er like. Vi lar nå platen bevege seg med konstant hastighet U mot høyre.

- e) Finn kraften som virker på platen fra de to strålene i dette tilfellet. (Se bort fra tyngdens virkning ved utregningene i c), d) og e).)

Oppgave 3.

Et homogent, inkompressibelt, friksjonsfritt væskelag med tykkelse H strømmer med hastigheten $-U\mathbf{i}$ over en horisontal bunn ved $z = -H$ og med en fri overflate ved $z = 0$. Hastigheten U er konstant og trykket over væskelaget er konstant og lik p_0 .



Vi vil finne strømningsfeltet for bølger som står stille på denne strømmen. Vi antar at overflatens form kan skrives som

$$\eta(x) = a \sin kx$$

hvor a og k er konstanter, og det forutsettes at $|\frac{a}{H}| \ll 1$ og $|ak| \ll 1$. Strømningen er hvirvelfri og tyngden er eneste volumkraft.

- Skriv opp de eksakte grenseflatebetingelser for dette problemet.
- Finn de lineariserte grenseflatebetingelser for problemet.
- Finn hastighetspotensialet og strømfunksjonen for strømningen.
- Hva skjer når U øker?
Er det noen grense for hvor stor U kan bli for at en slik stående bølge skal være mulig? Finn eventuelt denne grensen.
- Finn trykket ved bunnen.
- Skissér strømlinjene. Hvordan blir partikkelbanene?

SLUTT